

ҚАРАҒАНДЫ  
УНИВЕРСИТЕТІНІҢ  
ХАБАРШЫСЫ  
ВЕСТНИК  
КАРАГАНДИНСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

ISSN 0142-0843

МАТЕМАТИКА сериясы  
№ 2(74)/2014  
Серия МАТЕМАТИКА

Сәуір–мамыр–маусым  
30 маусым 2014 ж.

1996 жылдан бастап шығады  
Жылына 4 рет шығады

Апрель–май–июнь  
30 июня 2014 г.

Издается с 1996 года  
Выходит 4 раза в год

Собственник РГП

Қарагандинский государственный университет  
имени академика Е.А.Букетова

Бас редакторы — Главный редактор

**Е.К.КУБЕЕВ,**

академик МАН ВШ, д-р юрид. наук, профессор

Зам. главного редактора Х.Б.Омаров, д-р техн. наук  
Ответственный секретарь Г.Ю.Аманбаева, д-р филол. наук

*Серияның редакция алқасы — Редакционная коллегия серии*

М.И.Рамазанов, научный редактор д-р физ.-мат. наук;  
М.Отелбаев, акад. НАН РК, д-р физ.-мат. наук;  
Б.Р.Ракишев, акад. НАН РК, д-р техн. наук;  
Турдыбек Бекжан, д-р PhD, профессор (Китай);  
Бруно Пуаза, профессор (Франция);  
А.А.Шкалик, д-р физ.-мат. наук (Россия);  
Н.А.Бокаев, д-р физ.-мат. наук;  
М.Т.Дженалиев, д-р физ.-мат. наук;  
К.Т.Искаков, д-р физ.-мат. наук;  
Л.К.Кусаинова, д-р физ.-мат. наук;  
Е.Д.Нурсултанов, д-р физ.-мат. наук;  
Е.С.Смаилов, д-р физ.-мат. наук;  
У.У.Умербаев, д-р физ.-мат. наук;  
Г.Акишев, д-р физ.-мат. наук;  
А.Р.Ешкеев, д-р физ.-мат. наук;  
Н.Т.Орумбаева, отв. секретарь канд. физ.-мат. наук

Редакторы *Ж.Т.Нұрмұханова*  
Техн. редактор *Д.Н.Муртазина*

Издательство Карагандинского  
государственного университета  
им. Е.А.Букетова  
100012, г. Караганда,  
ул. Гоголя, 38,  
тел.: (7212) 51-38-20  
e-mail: [izd\\_kargu@mail.ru](mailto:izd_kargu@mail.ru)

Басуға 27.06.2014 ж. қол қойылды.  
Пішімі 60×84 1/8.  
Офсеттік қағазы.  
Көлемі 19,75 б.т.  
Таралымы 300 дана.  
Бағасы келісім бойынша.  
Тапсырыс № 62.

Подписано в печать 27.06.2014 г.  
Формат 60×84 1/8.  
Бумага офсетная.  
Объем 19,75 п.л. Тираж 300 экз.  
Цена договорная. Заказ № 62.

Отпечатано в типографии  
издательства КарГУ  
им. Е.А.Букетова

Адрес редакции: 100028, г. Караганда, ул. Университетская, 28

Тел.: 77-03-69 (внутр. 1026); факс: (7212) 77-03-84.

E-mail: [vestnick\\_kargu@ksu.kz](mailto:vestnick_kargu@ksu.kz). Сайт: <http://www.ksu.kz>

© Карагандинский государственный университет, 2014

Зарегистрирован Министерством культуры и информации Республики Казахстан.  
Регистрационное свидетельство № 13104–Ж от 23.10.2012 г.

## МАЗМУНЫ

### МАТЕМАТИКА

<i>Әбиев Н.А., Шонтаева Ж.С.</i> Сингулярлы ауытқыған сызықсыз интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің периодты шешімінің бар болуы және жалғыздығы .....	4
<i>Әбиев Н.А., Шонтаева Ж.С.</i> Сингулярлы ауытқыған сызықсыз интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің периодты шешімінің асимптотикалық жіктелінуі .....	9
<i>Әлібиев Д.Б., Жұмаиева А.Т., Қажыкенова А.Ш., Сейітімбетова Ә.Б.</i> Бұлтты технологияларды білім жүйесінде пайдалану .....	13
<i>Әлібиев Д.Б., Қажыкенова А.Ш., Сексембаева М.Ә.</i> Windows 7 үшін есептеу жүйелерін тиімдеуді зерттеу .....	19
<i>Әлібиев Д.Б., Сұлтанова Г.А.</i> Кластар диаграммасын жобалауда қолдану .....	24
<i>Әміров Ә.Ж., Баймолдин М.Қ., Шакирова Ю.К., Әбілдаева Г.Б., Савченко Н.К.</i> Enterprise Resource Planning — кәсіпорынның ресурстарын жобалау жүйелері .....	30
<i>Антипов Ю.Н., Омаров Г.Т., Шаяхметова Б.Қ.</i> Құрылымдық бағдарламалауды оқыту әдістемесі .....	36
<i>Аринов Е., Испулов Н.А.</i> Терең орналасқан сфера түріндегі тау-кен тұтқыр маңайындағы кернеулердің шоғырлануы .....	41
<i>Допира Р.И.</i> Web-қосымшаның стилін құру ....	45
<i>Ешкеев А.Р.</i> Йонсондық жиындар және олардың әр түрлі теориялық-модельдік қасиеттері ..	53
<i>Ешкеев А.Р., Жолмағамбетова Б.Р.</i> Позитивті йонсон теориясы экзистенциалды-тұйық моделі класындағы алгебралық шығынқы позитивті қарапайым моделі .....	63
<i>Ешкеев А.Р., Қағазбаев Ж.А.</i> Математика мамандығының магистранттары мен студенттердің деңгейін көтеруде көптілділіктің рөлі .....	70
<i>Қажыкенова С.Ш., Оспанова Б.Р.</i> Қазақ тіліндегі әр стильді мәтіннің ақпараттық талдауы ..	74
<i>Қажыкенова А.Ш., Тұрдыбекова К.М.</i> Цезийдің тұтқырлығын кристалды жылжымалы бөлшектердің кластерлік ассоциациясын ескеріп температуралық тәуелділігін талдау .....	80
<i>Мақажанова Т.Х.</i> Ақырлы өлшемді кеңістіктердің ішкі кеңістіктерінің дөңестігі мен жүлдыздылығы туралы .....	86

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

<i>Абиев Н.А., Шонтаева Ж.С.</i> Существование и единственность периодического решения системы нелинейных сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений .....	4
<i>Абиев Н.А., Шонтаева Ж.С.</i> Асимптотическое разложение периодического решения системы сингулярно-возмущенных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений .....	9
<i>Алибиев Д.Б., Жумаиева А.Т., Қажыкенова А.Ш., Сейітімбетова А.Б.</i> Использование облачной технологии в образовании .....	13
<i>Алибиев Д.Б., Қажыкенова А.Ш., Сексембаева М.А.</i> Исследование оптимизации вычислительных систем для Windows 7 .....	19
<i>Алибиев Д.Б., Сұлтанова Г.А.</i> Использование диаграмм классов в планировании .....	24
<i>Амиров А.Ж., Баймұльдин М.Қ., Шакирова Ю.К., Абилдаева Г.Б., Савченко Н.К.</i> Enterprise Resource Planning — системы планирования ресурсов предприятия .....	30
<i>Антипов Ю.Н., Омаров Г.Т., Шаяхметова Б.К.</i> Методика преподавания структурного программирования .....	36
<i>Arinov E., Ispulov N.A.</i> The voltage concentration in the vicinity of spherical mine workings of deep foundations .....	41
<i>Допира Р.И.</i> Разработка стиля Web-приложения .....	45
<i>Ешкеев А.Р.</i> Йонсоновские множества и их некоторые теоретико-модельные свойства .....	53
<i>Ешкеев А.Р., Жолмағамбетова Б.Р.</i> Позитивно алгебраически простые модели в классе экзистенциально-замкнутых моделей выпуклых позитивных йонсоновских теорий .....	63
<i>Ешкеев А.Р., Қағазбаев Ж.А.</i> Роль полиязычия в повышении уровня подготовки магистрантов и студентов математических специальностей .....	70
<i>Қажыкенова С.Ш., Оспанова Б.Р.</i> Информационный анализ текстов различных стилей на казахском языке .....	74
<i>Қажыкенова А.Ш., Тұрдыбекова К.М.</i> Анализ вязкости цезия в зависимости от температуры с учетом ассоциации кластеров из кристаллоподвижных частиц .....	80
<i>Мақажанова Т.Х.</i> О выпуклости и звездности подмножеств в конечномерных пространствах ...	86

<i>Нұрғабұлылов Е.Д., Нұрғабұлы Д.Н.</i> Ерекше ауытқыған шекаралық есептің шекаралық секіріс құбылысы туралы .....	91	<i>Нургабылов Е.Д., Нургабыл Д.Н.</i> Об одном явлении граничного скачка сингулярно возмущенной краевой задачи.....	91
<i>Попова Н.В., Базикова К.М., Есендаулетова Ж.Т.</i> «Операцияларды зерттеу» пәніне арналған электрондық оқулықты әзірлеу және қолдану .....	95	<i>Попова Н.В., Базикова К.М., Есендаулетова Ж.Т.</i> Разработка и применение электронного учебника по дисциплине «Исследование операций».....	95
<i>Рамазанов М.Ы., Жанболова А.К.</i> Аралас типті жүктеулі теңдеу үшін берілген бір шеттік есеп туралы .....	100	<i>Ramazanov M.I., Zhanbolova A.K.</i> About a boundary value problem for the loaded equation of mixed type.....	100
<i>Серік М., Бақиев М.Н., Нұрбекова Г.Ф.</i> Сызық бойынша MINDSTORMS NXT роботының қозғалу программасын жазуға әдістемелік нұсқау .....	107	<i>Серик М., Бакиев М.Н., Нурбекова Г.Ф.</i> Методические указания по разработке программы движения робота MINDSTORMS NXT вдоль линии .....	107
<i>Серік М., Байғараева А.Е.</i> Параллель есептеулер кластерін баптау.....	112	<i>Серик М., Байгараева А.Е.</i> Настройка кластера параллельных вычислений .....	112
<i>Сұлтанов М.А.</i> Қисынсыз Коши есебі үшін қосқабатты айырымдық схемалардың орнықтылығы.....	118	<i>Султанов М.А.</i> Об устойчивости двухслойных разностных схем для некорректной задачи Коши.....	118
<i>Сұлтанов М.А., Сағынбекова Э.С., Марасулов А.М.</i> Алгоритмдеу процесін оқытуды қолдаушы электрондық орталарды құру технологиялары .....	123	<i>Султанов М.А., Сагинбекова Э.С., Марасулов А.М.</i> Технологии разработки электронных сред поддержки обучения процесса алгоритмизации .....	123
<i>Тілеуқенов С.Қ., Аринов Е., Испұлов Н.А., Сейітханова А.Қ.</i> 222 және mm2 класты ромбылық сингониялы анизотропты орталарда жылулық және серпімді толқындардың өшу және жылдамдық коэффициенттері.....	129	<i>Tleukenov S.K., Arinov E., Ispulov N.A., Seitkhanova A.K.</i> The attenuation coefficient and the velocity of thermal and elastic waves in orthorhombic syngony anisotropic media classes 222 and mm2 .....	129
<i>Төреходжаев Ә.Н., Маматова Г.Ө., Рыстыгулова В.Б.</i> Серпімді біртекті емес пластинаның әрқелкі температуралық өрістегі күрделі иілуі .	135	<i>Тюреходжаев А.Н., Маматова Г.У., Рыстыгулова В.Б.</i> Сложный изгиб упругой неоднородной пластины в неравномерном температурном поле .....	135
<i>Омарова А.Т., Грело М.Ф.</i> Экономиканың индустриалды-инновациялық бағытын талдау Қазақстан Республикасының дамуының жаңа векторы ретінде .....	141	<i>Омарова А.Т., Грело М.Ф.</i> Анализ индустриально-инновационной ориентации экономики как нового вектора развития Республики Казахстан .....	141
<i>Орумбаева Н.Т.</i> Гиперболалық теңдеулер жүйесінің периодты шешімдері .....	150	<i>Орумбаева Н.Т.</i> Периодические решения систем гиперболических уравнений.....	150
АВТОРЛАР ТУРАЛЫ МӘЛІМЕТТЕР.....	155	СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ.....	155

Н.А.Абиев, Ж.С.Шонтаева

Таразский государственный университет им. М.Х.Дулати (E-mail: abievn@mail.ru)

### Существование и единственность периодического решения системы нелинейных сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений

Изучены вопросы существования и единственности периодического решения системы сингулярно-возмущенных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Такие уравнения эквивалентно преобразуются в интегральные уравнения. Цель исследования состоит в доказательстве существования и единственности периодического решения и нахождении его асимптотики относительно малого параметра. В статье получены ответы на поставленные выше вопросы.

*Ключевые слова:* периодическое решение, сингулярное возмущение, интегро-дифференциальное уравнение, асимптотическое разложение периодического решения.

Всюду в дальнейшем периодическими будем называть функции, периодические по аргументам  $t, x$  с одним и тем же периодом  $T > 0$ , где  $(t, x) \in \Omega = [0, T] \times (-\infty, +\infty)$ .

Рассмотрим следующую систему сингулярно-возмущенных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\varepsilon(u_t(t, x) + u_x(t, x)) = Du(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)u(s, x)ds + f(t, x) + \varepsilon g(t, x, u(t, x)), \quad (1)$$

где  $\varepsilon \neq 0, \lambda \neq 0$  — вещественные числа;  $\varepsilon$  — малый положительный параметр; периодическая матричная функция  $K(t, s) = \{k_{ij}(t, s)\}_{i, j=1, \dots, n}$  непрерывна по обоим аргументам на квадрате  $[0, T]^2$ ; периодические вектор-функции  $f(t, x) = \{f_i(t, x)\}_{i=1, \dots, n}$  и  $g(t, x, u) = \{g_i(t, x, u)\}_{i=1, \dots, n}$  непрерывны по переменной  $t$  и непрерывно дифференцируемы по переменной  $x$ , более того,  $g(t, x, u)$  непрерывно дифференцируема также по  $u$ ;  $D$  — постоянная матрица, имеющая попарно различные характеристические числа  $p_1, p_2, \dots, p_n$  с отличными от нуля вещественными частями  $\text{Re}(p_1), \text{Re}(p_2), \dots, \text{Re}(p_n)$ .

Кроме того, все известные функции предполагаются ограниченными по переменной  $x$ . Тогда для векторных и матричных функций норму можно определить формулами

$$\|f\| = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{0 \leq t \leq T} \sup_{-\infty < x < +\infty} |f_i(t, x)|, \quad \|K\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n \max_{0 \leq t, s \leq T} |k_{ij}(t, s)|.$$

Функция  $g(t, x, u)$  должна удовлетворять условию Липшица:

$$\|g(t, x, u_2) - g(t, x, u_1)\| \leq L \|u_2 - u_1\|, \quad L = \text{const} > 0.$$

История возникновения системы (1) восходит к работе [1], где, в частности, были изучены системы сингулярно-возмущенных обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений вида

$$\varepsilon u'(t) = Du(t) + \lambda \int_0^T K(t, s)u(s)ds + f(t) + \varepsilon g(t, u(t))$$

и были получены основополагающие результаты относительно вопросов существования, единственности и асимптотического разложения периодических решений таких систем.

Следующим естественным шагом является исследование подобных систем в частных производных, т.е. когда неизвестная функция зависит от двух переменных:  $u = u(t, x)$ .

В работе [2] было начато изучение систем вида (1) с использованием и обобщением методики, предложенной Дж. Хейлем [3]. Далее, используя представления Флоке, в работе [4] система (1) изучалась при переменной матрице  $D(t)$ . При этом следует отметить, что в этих работах теоремы существования и единственности решения были доказаны при очень строгих ограничениях к известным данным.

В работе [5] изучался случай, когда система (1) состоит из одного уравнения (т.е.  $D$  — вещественное число).

Используя подход, предложенный в [1], в настоящей работе мы обобщаем результаты [5] на случай систем вида (1) с постоянной матрицей  $D$ .

Пусть  $\sum_{k=1}^n V_k e^{p_k t}$  — фундаментальная матрица решений системы с малым параметром

$$\varepsilon z'(t) = Dz(t),$$

где  $V_k$  — постоянные матрицы размера  $n \times n$ . Ясно, что  $V_k p_k = DV_k$  и  $\sum_{k=1}^n V_k = E_n$  — единичная матрица. Удобно ввести обозначение

$$q(t, x, u, \varepsilon) := \lambda \int_0^T K(t, s) u(s, x) ds + f(t, x) + \varepsilon g(t, x, u).$$

Тогда ясно, что система (1) принимает следующий общий и компактный вид нелинейной системы без явного указания интегрального члена:

$$\varepsilon(u_t + u_x) = Du + q(t, x, u, \varepsilon).$$

*Лемма 1.* В классе периодических функций система интегро-дифференциальных уравнений (1) эквивалентна системе интегральных уравнений:

$$u(t, x) = \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{e^{-p_k T/\varepsilon} - 1\}} \int_t^{t+T} e^{p_k(t-s)/\varepsilon} q(s, x-t+s, u(s, x-t+s), \varepsilon) ds. \quad (2)$$

*Доказательство.* Так как

$$\begin{aligned} u_t(t, x) &= \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{e^{-p_k T/\varepsilon} - 1\}} \left[ e^{p_k(t-t-T)/\varepsilon} q(t+T, x+T, u(t+T, x+T), \varepsilon) - \right. \\ &\quad \left. - e^{p_k(t-t)/\varepsilon} q(t, x, u(t, x), \varepsilon) \right] + \\ &+ \sum_{k=1}^n \frac{V_k p_k}{\varepsilon^2 \{e^{-p_k T/\varepsilon} - 1\}} \int_t^{t+T} e^{p_k(t-s)/\varepsilon} q(s, x-t+s, u(s, x-t+s), \varepsilon) ds - \\ &- \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{e^{-p_k T/\varepsilon} - 1\}} \int_t^{t+T} e^{p_k(t-s)/\varepsilon} [q_x + q_u u_x] ds \end{aligned}$$

и

$$u_x(t, x) = \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{e^{-p_k T/\varepsilon} - 1\}} \int_t^{t+T} e^{p_k(t-s)/\varepsilon} [q_x + q_u u_x] ds,$$

то справедливость леммы не вызывает сомнений.

Лемма 1 доказана.

*Лемма 2.* Если решение системы интегральных уравнений (2) существует, то оно представляет собой периодическую вектор-функцию.

*Доказательство.* Как показывает непосредственная проверка,

$$\begin{aligned} u(t+T, x) &= \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{\exp(-p_k T/\varepsilon) - 1\}} \int_{t+T}^{t+2T} \exp(p_k(t+T-s)/\varepsilon) \times \\ &\quad \times q(s, x-t-T+s, u(s, x-t-T+s), \varepsilon) ds = \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{\exp(-p_k T/\varepsilon) - 1\}} \int_t^{t+T} \exp(p_k(t-\mu)/\varepsilon) q(\mu, x-t+\mu, u(\mu, x-t+\mu), \varepsilon) d\mu = u(t, x), \end{aligned}$$

где  $\mu = s - T$  представляет собой новую переменную интегрирования. Аналогично

$$u(t, x + T) = \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{ \exp(-p_k T / \varepsilon) - 1 \}} \int_t^{t+T} \exp(p_k(t-s) / \varepsilon) \times \\ \times q(s, x + T - t + s, u(s, x + T - t + s), \varepsilon) ds = u(t, x).$$

Лемма 2 доказана.

Приводим обобщение одного важного неравенства для норм, использованного ранее в работе [5] в одномерном случае.

*Лемма 3.* Для любой вектор-функции  $H(t, x, u)$  из рассматриваемого класса функций и вещественного числа  $a \neq 0$  справедлива оценка

$$\left\| \frac{1}{\varepsilon \{ e^{aT/\varepsilon} - 1 \}} \int_t^{t+T} e^{-a(t-s)/\varepsilon} H(s, x - t + s, u) ds \right\| \leq \frac{\|H\|}{|a|}.$$

*Доказательство.* Действительно,

$$\left\| \frac{1}{\varepsilon \{ e^{aT/\varepsilon} - 1 \}} \int_t^{t+T} e^{-a(t-s)/\varepsilon} H(s, x - t + s, u) ds \right\| \leq \frac{\|H\|}{\varepsilon |e^{aT/\varepsilon} - 1|} \int_t^{t+T} e^{-a(t-s)/\varepsilon} ds = \\ = \|H\| \frac{e^{aT/\varepsilon} - 1}{a |e^{aT/\varepsilon} - 1|} = \|H\| \frac{\text{sign}(e^{aT/\varepsilon} - 1)}{a} = \frac{\|H\|}{|a|},$$

поскольку  $\text{sign}(e^{aT/\varepsilon} - 1) = \begin{cases} 1, & \text{если } a > 0; \\ -1, & \text{если } a < 0. \end{cases}$

Лемма 3 доказана.

Введем теперь новые обозначения:

$$W(t, s, \varepsilon) := \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{ e^{-p_k T/\varepsilon} - 1 \}} e^{p_k(t-s)/\varepsilon}; \\ F(t, x, u, \varepsilon) := \int_t^{t+T} W(t, s, \varepsilon) [f(s, x - t + s) + \varepsilon g(s, x - t + s, u)] ds.$$

Зададим интегральный оператор  $I$  по правилу

$$I : v \mapsto \lambda \int_t^{t+T} W(t, s, \varepsilon) \int_0^T K(s, \gamma) v(\gamma, x - t + s, \varepsilon) d\gamma ds.$$

Тогда система интегральных уравнений (2) переписывается в виде  $u = Iu + F$ .

*Лемма 4.* Пусть  $v(t, x, \varepsilon)$  — произвольная непрерывная и ограниченная функция в области  $\Delta = \{(t, x, \varepsilon) : (t, x) \in \Omega, \varepsilon > 0\}$ . Пусть  $v(t, x, \varepsilon)$  ограничена при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Тогда интегральный оператор  $I$  функцию  $v$  отображает в функцию  $Iv$ , также непрерывную и ограниченную в области  $\Delta$ . Причем  $Iv$  также ограничена при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

*Доказательство.* Нетрудно установить непрерывность и ограниченность функции  $F(t, x, 0, \varepsilon)$  по аргументам  $(t, x) \in \Omega$ . Эта функция непрерывна также по  $\varepsilon$  при  $\varepsilon > 0$ .

Несложно показать ограниченность функции  $F(t, x, 0, \varepsilon)$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Действительно, с учетом очевидных неравенств  $|e^w| = e^{\text{Re}(w)}$  и  $|e^w - 1| \geq |e^w| - 1 = |e^{\text{Re}(w)} - 1|$ , из леммы 3 получаем следующее:

$$\|F(t, x, 0, \varepsilon)\| \leq \sum_{k=1}^n \frac{\|V_k\|}{\varepsilon |e^{-p_k T/\varepsilon} - 1|} \int_t^{t+T} |e^{p_k(t-s)/\varepsilon}| \|f(s, x - t + s) + \varepsilon g(s, x - t + s, 0)\| ds \leq \\ \leq G_0 \sum_{k=1}^n \frac{\|V_k\|}{\varepsilon |e^{-\text{Re}(p_k)T/\varepsilon} - 1|} \int_t^{t+T} e^{\text{Re}(p_k)(t-s)/\varepsilon} ds = G_0 S, \quad (3)$$

где  $G_0 := \|f(t, x) + \varepsilon g(t, x, 0)\|$ ;  $S := \sum_{k=1}^n \frac{\|V_k\|}{|\text{Re}(p_k)|}$ .

Ограниченность  $F(t, x, 0, \varepsilon)$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  доказана.

Далее, так как

$$\|F(t, x, v, \varepsilon) - F(t, x, 0, \varepsilon)\| \leq \varepsilon L \|v\| \sum_{k=1}^n \frac{\|V_k\|}{\varepsilon |e^{-\operatorname{Re}(p_k)T/\varepsilon} - 1|} \int_t^{t+T} e^{\operatorname{Re}(p_k)(t-s)/\varepsilon} ds \leq \varepsilon L S \|v\|, \quad (4)$$

то из оценок (3) и (4) следует, что  $\|Iv\| \leq (|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L)S\|v\| + G_0S$ .

Лемма 4 доказана.

*Лемма 5.* При условии  $(|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L)S \leq \alpha < 1$ , где  $\alpha$  — некоторое вещественное число, интегральный оператор  $I$  является сжимающим.

*Доказательство.* Из последней строки доказательства леммы 4 видно, что шар  $\|v\| \leq \frac{1}{1-\alpha}G_0S$  оператором  $I$  отображается в себя.

Докажем теперь сжимающее свойство оператора  $I$ . Для различных  $u_1$  и  $u_2$  из этого шара имеем, что

$$\begin{aligned} \|Iu_2 - Iu_1\| &\leq |\lambda|T\|K\|\|u_2 - u_1\| + \|F(t, x, u_2, \varepsilon) - F(t, x, u_1, \varepsilon)\| \\ &\leq (|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L)S\|u_2 - u_1\| \leq \alpha\|u_2 - u_1\|. \end{aligned}$$

Лемма 5 доказана.

Сформулируем и докажем основной результат статьи.

*Теорема 1.* Пусть выполнены условия:

1. Характеристические числа  $p_k$ ,  $k=1, \dots, n$ , матрицы  $D$  попарно различны и имеют ненулевые вещественные части:  $\operatorname{Re}(p_k) \neq 0$ .

2. Имеет место неравенство  $(|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L)S \leq \alpha < 1$ .

Тогда система уравнений (1) имеет единственное непрерывное, ограниченное и периодическое решение  $u(t, x, \varepsilon)$  по аргументам  $(t, x) \in \Omega$ , ограниченное также при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

*Доказательство.* Согласно лемме 1 система (1) эквивалентно преобразуется к системе интегральных уравнений (2), которая согласно леммам 4 и 5 имеет единственное непрерывное и ограниченное решение, ограниченное также при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Согласно лемме 2 такое решение должно быть периодическим. Теорема 1 доказана.

*Замечание.* Отметим, что условие 2) теоремы 1 является существенным и неупрощаемым, хотя носит характер только достаточного условия. В качестве подтверждения рассмотрим одномерный случай, когда матрица  $D$  состоит из единственного элемента  $d_{11} \neq 0$ . Тогда упомянутое условие принимает вид

$$(|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L) \frac{1}{d_{11}} \leq \alpha < 1. \quad (5)$$

Рассмотрим теперь уравнение

$$\varepsilon(u_t + u_x) + u(t, x) = \lambda \int_0^1 u(s, x) ds. \quad (6)$$

Очевидно, что  $T = \|K\| = |d_{11}| = 1$ ,  $L = 0$ . Поэтому при выполнении условия (5), которое теперь принимает вид  $|\lambda| \leq \alpha < 1$ , уравнение (6) должно иметь единственное периодическое решение в соответствии с теоремой 1. Действительно, таким решением является  $u \equiv 0$ .

Пусть теперь условие  $|\lambda| \leq \alpha < 1$  не выполнено, к примеру, допустим, что  $\lambda = 1$ . Тогда, как нетрудно заметить, уравнение (6) может иметь бесчисленное множество периодических решений вида  $u(t, x) = C = \text{const}$  в нарушение заключения теоремы 1.

### Список литературы

- 1 *Иманалиев М.И.* Колебания и устойчивость решений сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных систем. — Фрунзе: Илим, 1974. — 352 с.
- 2 *Абиев Н.А.* Существование и единственность периодического и ограниченного решения системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. — Вып. 27. — Бишкек: Илим, 1998. — С. 86–90.
- 3 *Хейл Дж.* Колебания в нелинейных системах. — М.: Мир, 1966. — 230 с.

4 *Абиев Н.А.* Существование периодического решения и его асимптотическая оценка для одной системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. — Вып. 28. — Бишкек: Илим, 1999. — С. 145–151.

5 *Абиев Н.А.* Асимптотическое разложение периодического решения нелинейного интегро-дифференциального уравнения с малым параметром // Механика и моделирование процессов технологии. — 2009. — № 1. — С. 91–98.

Н.А.Әбиев, Ж.С.Шонтаева

### **Сингулярлы ауытқыған сызықсыз интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің периодты шешімінің бар болуы және жалғыздығы**

Бірінші ретті дербес туындылы сингулярлы ауытқыған сызықсыз интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің периодты шешімдері зерттелді. Осындай теңдеулерді интегралдық теңдеулерге эквивалентті түрлендіруге болады. Периодты шешімнің бар болуын және жалғыздығын дәлелдеу, сондай-ақ оның аз параметр бойынша асимптотикасын табу біздің мақсатымыз болып табылады. Мақалада жоғарыда аталған сұрақтарға жауаптар алынған.

N.A.Abiev, Zh.S.Shontaeva

### **Existence and uniqueness of periodic solution of the system of singularly perturbed nonlinear integral-differential equations**

We investigate periodic solutions of singularly perturbed nonlinear system of first order partial integral-differential equations. Such equations could be equivalently transformed to integral equations. Our interest are to prove existence and uniqueness of a periodic solution and find its asymptotic with respect to small parameter. Our main result gives an answer for questions above.

#### References

- 1 Imanaliev M.I. *Oscillations and stability of solutions of singularly perturbed integral-differential systems*, Frunze: Ilim, 1974, 352 p. (in Rus.).
- 2 Abiev N.A. *Study on integro-differential equations*, Bishkek: Ilim, 1998, 27, p. 86–90 (in Rus.).
- 3 Hale J. *Oscillations in nonlinear systems*, Moscow: Mir, 1966, 230 p. (in Rus.).
- 4 Abiev N.A. *Study on integro-differential equations*, Bishkek: Ilim, 1999, 28, p. 145–151 (in Rus.).
- 5 Abiev N.A. *Mechanics and modeling of technology*, 2009, 1, p. 91–98 (in Rus.).



Н.А.Абиев, Ж.С.Шонтаева

Таразский государственный университет им. М.Х.Дулати (E-mail: abievn@mail.ru)

## Асимптотическое разложение периодического решения системы сингулярно-возмущенных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений

Исследованы вопросы асимптотического разложения периодического решения системы сингулярно-возмущенных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Подобная задача рассматривается в неспектральном случае коэффициента перед интегральным членом. Целью работы является нахождение асимптотического разложения периодического решения высокого порядка относительно малого параметра. В статье доказана асимптотическая сходимость упомянутого разложения и получена оценка его остаточного члена.

*Ключевые слова:* периодическое решение, сингулярное возмущение, интегро-дифференциальное уравнение, асимптотическое разложение периодического решения.

Периодическими будем называть функции, периодические по аргументам  $t, x$  с одним и тем же периодом  $T > 0$ , где  $(t, x) \in \Omega = [0, T] \times (-\infty, +\infty)$ .

Рассмотрим вопросы асимптотического разложения решения следующей системы сингулярно-возмущенных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\varepsilon(u_t(t, x) + u_x(t, x)) = Du(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)u(s, x)ds + f(t, x) + \varepsilon g(t, x, u(t, x)), \quad (1)$$

где  $\varepsilon \neq 0$ ,  $\lambda \neq 0$  — вещественные числа;  $\varepsilon$  — малый положительный параметр; периодическая матричная функция  $K(t, s) = \{k_{ij}(t, s)\}_{i, j=1, \dots, n}$  непрерывна по обоим аргументам на квадрате  $[0, T]^2$ ; периодические вектор-функции  $f(t, x) = \{f_i(t, x)\}_{i=1, \dots, n}$  и  $g(t, x, u) = \{g_i(t, x, u)\}_{i=1, \dots, n}$  непрерывны по переменной  $t$  и непрерывно дифференцируемы по переменной  $x$ , более того,  $g(t, x, u)$  непрерывно дифференцируема также по  $u$ ;  $D$  — постоянная матрица, имеющая попарно различные характеристические числа  $p_1, p_2, \dots, p_n$  с отличными от нуля вещественными частями  $\text{Re}(p_1), \text{Re}(p_2), \dots, \text{Re}(p_n)$ . Кроме того, все известные функции предполагаются ограниченными по переменной  $x$ . Для векторных и матричных функций норма определяется формулами

$$\|f\| = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{0 \leq t \leq T} \sup_{-\infty < x < +\infty} |f_i(t, x)|; \quad \|K\| = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n \max_{0 \leq t, s \leq T} |k_{ij}(t, s)|.$$

Функция  $g(t, x, u)$  удовлетворяет условию Липшица:

$$\|g(t, x, u_2) - g(t, x, u_1)\| \leq L \|u_2 - u_1\|, \quad L = \text{const} > 0.$$

Исследование системы вида (1) восходит к работам [1–5]. В работе [6] доказаны существование и единственность периодического и непрерывного решения системы (1). В данной работе мы изучаем вопрос о близости этого решения при  $\varepsilon \rightarrow 0$  к решению соответствующей системы интегральных уравнений Фредгольма второго рода:

$$Dv(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)v(s, x)ds + f(t, x) = 0. \quad (2)$$

Пусть  $\sum_{k=1}^n V_k e^{p_k t}$  — фундаментальная матрица решений следующей системы:

$$\varepsilon z'(t) = Dz(t),$$

где  $V_k$  — постоянные матрицы размера  $n \times n$ ;  $V_k p_k = DV_k$ ;  $\sum_{k=1}^n V_k = E_n$  — единичная матрица.

*Теорема 1.* Пусть выполнены условия:

1. Характеристические числа  $p_k, k=1, \dots, n$ , матрицы  $D$  попарно различны и имеют ненулевые вещественные части.

2. Имеет место неравенство  $(|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L)S \leq \alpha < 1$ , где  $S := \sum_{k=1}^n \frac{\|V_k\|}{|\operatorname{Re}(p_k)|}$ .

Тогда для решения системы (1) имеет место следующая асимптотическая оценка:

$$\|u(t, x, \varepsilon) - v(t, x)\| \leq \frac{M_1}{1 - \alpha} \varepsilon,$$

где  $M_1 := \|g(t, x, v) - (v_t + v_x)\| S$ .

*Доказательство.* Если выполнено условие 3), то, как известно из [2], система (2) имеет единственное непрерывное и периодическое решение  $v(t, x)$ . Положим  $u(t, x, \varepsilon) = v(t, x) + \varepsilon \xi(t, x, \varepsilon)$ . Подставляя это в (1) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра, получаем систему уравнений:

$$\varepsilon(\xi_t + \xi_x) = D\xi + \lambda \int_0^T K(t, s)\xi(s, x)ds + g(t, x, v + \varepsilon\xi) - (v_t + v_x). \quad (3)$$

Введя операторы  $\Lambda : v \mapsto v_t + v_x, I : v \mapsto \lambda \int_t^{t+T} W(t, s, \varepsilon) \int_0^T K(s, \gamma)v(\gamma, x - t + s, \varepsilon)d\gamma ds$ , систему интегродифференциальных уравнений (3) можно эквивалентно преобразовать к следующей системе интегральных уравнений, удовлетворяющей всем условиям теоремы 1 из [6]:

$$\xi = I\xi + Y, \quad (4)$$

где

$$W(t, s, \varepsilon) = \sum_{k=1}^n \frac{V_k}{\varepsilon \{e^{-p_k T/\varepsilon} - 1\}} e^{p_k(t-s)/\varepsilon},$$

$$Y(t, x, \xi, \varepsilon) = \int_t^{t+T} W(t, s, \varepsilon)[g(s, x - t + s, v + \varepsilon\xi) - g(s, x - t + s, v)]ds +$$

$$+ \int_t^{t+T} W(t, s, \varepsilon)[g(s, x - t + s, v) - \Lambda v]ds.$$

Следовательно, согласно теореме 1 из [6] система (4) имеет единственное периодическое, непрерывное и ограниченное решение  $\xi^*(t, x, \varepsilon)$ , ограниченное также при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . При этом

$$\|\xi^*(t, x, \varepsilon)\| \leq [|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L]S \|\xi^*(t, x, \varepsilon)\| + M_1 \leq \alpha \|\xi^*(t, x, \varepsilon)\| + M_1.$$

Отсюда вытекает требуемая оценка:  $\|\xi^*(t, x, \varepsilon)\| \leq M_1 / (1 - \alpha)$ .

Теорема 1 доказана.

Займемся теперь вопросами асимптотического разложения более высокого порядка. Положим

$$u(t, x, \varepsilon) := s_p(t, x, \varepsilon) + \xi(t, x, \varepsilon)\varepsilon^{p+1},$$

где  $s_p(t, x, \varepsilon) := \sum_{k=0}^p v_k(t, x)\varepsilon^k$ .

*Теорема 2.* Пусть выполнены все условия теоремы 1, кроме того, предположим, что далее известные функции непрерывно дифференцируемы требуемое число раз по соответствующим аргументам. Тогда для решения системы (1) справедлива следующая асимптотическая оценка:

$$\|u(t, x, \varepsilon) - s_p(t, x, \varepsilon)\| \leq \frac{M_2}{1 - \alpha} \varepsilon^{p+1},$$

где  $M_2 := \|- \Lambda v_p + g_u(t, x, v_0)v_p + F_p(t, x, v_0, v_1, \dots, v_p, \varepsilon)\| S$ .

*Доказательство.* Представим функцию  $g(t, x, s_p + \xi\varepsilon^{p+1})$  в виде

$$g(t, x, s_p + \xi\varepsilon^{p+1}) = \varepsilon^{p+1} \frac{g(t, x, s_p + \xi\varepsilon^{p+1}) - g(t, x, s_p)}{\varepsilon^{p+1}} + g(t, x, s_p)$$

и разложим функцию  $g(t, x, s_p)$  в формальный ряд Тейлора по степеням малого параметра:

$$g(t, x, s_p) = g(t, x, v_0) + g_u(t, x, v_0)v_1\varepsilon + \\ + [g_u(t, x, v_0)v_2 + H_1(t, x, v_0, v_1)]\varepsilon^2 + [g_u(t, x, v_0)v_3 + H_2(t, x, v_0, v_1, v_2)]\varepsilon^3 + \dots + \\ + [g_u(t, x, v_0)v_p + H_{p-1}(t, x, v_0, v_1, \dots, v_{p-1})]\varepsilon^p + \\ + [H_p(t, x, v_0, \dots, v_p) + H_{p+1}(t, x, v_0, \dots, v_p)\varepsilon + \dots]\varepsilon^{p+1},$$

где  $H_i(t, x, v_0, v_1, \dots, v_i)$  — некоторые периодические, непрерывные и ограниченные функции. Подставим в систему (1) выражение  $u(t, x, \varepsilon) = s_p(t, x, \varepsilon) + \xi(t, x, \varepsilon)\varepsilon^{p+1}$  и выражение для  $g(t, x, s_p)$ , полученное выше. Приравнивая далее коэффициенты при одинаковых степенях малого параметра, из (1) получаем следующую систему уравнений:

$$Dv_0(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)v_0(s, x)ds + f(t, x) = 0; \tag{5_0}$$

$$Dv_1(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)v_1(s, x)ds - \Lambda v_0(t, x) + g(t, x, v_0) = 0; \tag{5_1}$$

$$Dv_2(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)v_2(s, x)ds - \Lambda v_1(t, x) + g_u(t, x, v_0)v_1 = 0; \tag{5_2}$$

$$Dv_3(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)v_3(s, x)ds - \Lambda v_2(t, x) + g_u(t, x, v_0)v_2 + H_1(t, x, v_0, v_1) = 0; \tag{5_3}$$

$$Dv_p(t, x) + \lambda \int_0^T K(t, s)v_p(s, x)ds - \Lambda v_{p-1}(t, x) + g_u(t, x, v_0)v_{p-1} + H_{p-2}(t, x, v_0, v_1, \dots, v_{p-2}) = 0; \tag{5_p}$$

$$\varepsilon \Lambda \xi = D\xi + \lambda \int_0^T K(t, s)\xi(s, x, \varepsilon)ds + \frac{g(t, x, s_p + \xi\varepsilon^{p+1}) - g(t, x, s_p)}{\varepsilon^p} - \\ - \Lambda v_p(t, x) + g_u(t, x, v_0)v_p(t, x) + F_p(t, x, v_0, v_1, \dots, v_p, \varepsilon), \tag{5_{p+1}}$$

где

$$F_p(t, x, v_0, \dots, v_p, \varepsilon) := H_{p-1}(t, x, v_0, \dots, v_{p-1}) + H_p(t, x, v_0, \dots, v_p)\varepsilon + H_{p+1}\varepsilon^2 + \dots$$

— периодическая, непрерывная и ограниченная функция, ограниченная также при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Система интегральных уравнений (5<sub>0</sub>) не содержит других неизвестных функций, кроме  $v_0$ . Существование единственного решения  $v_0$  вытекает из общей теории фредгольмовских интегральных уравнений второго рода. Система интегральных уравнений (5<sub>1</sub>) имеет такое же ядро, как уравнение (5<sub>0</sub>) и содержит только функции  $v_0, v_1$ . Отсюда однозначно определяется функция  $v_1$ . Продолжая этот процесс, мы из систем интегральных уравнений (5<sub>0</sub>)–(5<sub>p</sub>) последовательно найдем все функции  $v_0, v_1, \dots, v_p$ .

Рассмотрим теперь последнюю интегро-дифференциальную систему (5<sub>p+1</sub>). Если ввести обозначение

$$Y_p(t, x, \xi, \varepsilon) = \int_0^T W(t, s, \varepsilon) \frac{g(s, x - t + s, s_p + \xi\varepsilon^{p+1}) - g(s, x - t + s, s_p)}{\varepsilon^p} ds + \\ + \int_0^T W(t, s, \varepsilon) [-\Lambda v_p + g_u(s, x - t + s, v_0)v_p + F_p(s, x - t + s, v_0, v_1, \dots, v_p, \varepsilon)] ds,$$

то система (5<sub>p+1</sub>) эквивалентно преобразуется к следующей системе интегральных уравнений, отличающейся от системы (4) только свободным членом:

$$\xi = I\xi + Y_p. \tag{6}$$

Эта система тоже удовлетворяет условиям теоремы 1 из [6]. Следовательно, (6) имеет единственное периодическое и непрерывное решение  $\xi^*(t, x, \varepsilon)$ , ограниченное также при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Так как

$$\|Y_p(t, x, \xi^*, \varepsilon)\| \leq \|Y_p(t, x, \xi^*, \varepsilon) - Y_p(t, x, 0, \varepsilon)\| + \|Y_p(t, x, 0, \varepsilon)\| \leq$$

$$\leq \frac{g(t, x, s_p + \xi^* \varepsilon^{p+1}) - g(t, x, s_p)}{\varepsilon^p} S + \left\| -\Lambda v_p + g_u(t, x, v_0) v_p + F_p(t, x, v_0, v_1, \dots, v_p, \varepsilon) \right\| S \leq \varepsilon L S \|\xi^*\| S + M_2,$$

то из (6) получаем, что  $\|\xi^*\| \leq [|\lambda|T\|K\| + \varepsilon L] S \|\xi^*\| + M_2 \leq \alpha \|\xi^*\| + M_2$ .

Теорема 2 доказана.

*Замечание.* Поскольку все рассматриваемые ряды носят лишь асимптотический характер, то ряд Тейлора функции  $g(t, x, s_p)$  по степеням  $\varepsilon$  не обязан сходиться. Поэтому для наших целей свойства аналитичности известных функций не требуется.

### Список литературы

- 1 *Иманалиев М.И.* Колебания и устойчивость решений сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных систем. — Фрунзе: Илим, 1974. — 352 с.
- 2 *Абиев Н.А.* Существование и единственность периодического и ограниченного решения системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. — Вып. 27. — Бишкек: Илим, 1998. — С. 86–90.
- 3 *Хейл Дж.* Колебания в нелинейных системах. — М.: Мир, 1966. — 230 с.
- 4 *Абиев Н.А.* Существование периодического решения и его асимптотическая оценка для одной системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. — Вып. 28. — Бишкек: Илим, 1999. — С. 145–151.
- 5 *Абиев Н.А.* Асимптотическое разложение периодического решения нелинейного интегро-дифференциального уравнения с малым параметром // Механика и моделирование процессов технологии. — Тараз. — 2009. — № 1. — С. 91–98.
- 6 *Абиев Н.А., Шонтаева Ж.С.* Существование и единственность периодического решения системы нелинейных сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений // Вестн. Караганд. ун-та. Сер. Математика. — 2014. — № 2 (74). — С. 9–13.

Н.А.Абиев, Ж.С.Шонтаева

### Сингулярлы ауытқыған сызықсыз интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің периодты шешімінің асимптотикалық жіктелінуі

Бірінші ретті дербес туындылы сингулярлы ауытқыған сызықсыз интегро-дифференциалдық теңдеулер жүйесінің периодты шешімінің асимптотикалық жіктелінуі зерттелген. Осындай есеп интегралдық мүше алдындағы коэффициенттің спектралдық емес жағдайында қарастырылды. Периодты шешімнің аз параметр бойынша жоғарғы ретті асимптотикалық жіктелінуін табу жұмыстың мақсаты болып есептелді. Мақалада аталған жіктеудің асимптотикалық жинақтылығы дәлелденіп, оның қалдық мүшесінің бағасы алынған.

N.A.Abiev, Zh.S.Shontaeva

### Asymptotic expansion of periodic solution of the system of singularly perturbed nonlinear integral-differential equations

Problems on asymptotic expansions of periodic solution for the system of singularly perturbed nonlinear first order partial integral-differential equations are investigated. Such a system is considered in non-spectral case of the coefficient at integral the term. Our interest is to get high order asymptotical expansion of periodic solutions with respect to small parameter. In the paper we prove asymptotical convergence of such expansion and give estimate for its residual terms.

### References

- 1 *Imanaliev M.I.* *Oscillations and stability of solutions of singularly perturbed integral-differential systems*, Frunze: Ilim, 1974, 352 p. (in Rus.).
- 2 *Abiev N.A.* *Study on integro-differential equations*, Bishkek: Ilim, 1998, 27, p. 86–90 (in Rus.).

- 3 Hale J. *Oscillations in nonlinear systems*, Moscow: Mir, 1966, 230 p. (in Rus.).
- 4 Abiev N.A. *Study on integro-differential equations*, Bishkek: Ilim, 1999, 28, p. 145–151 (in Rus.).
- 5 Abiev N.A. *Mechanics and modeling of technology*, 2009, 1, p. 91–98 (in Rus.).
- 6 Abiev N.A., Shontaeva Zh.S. *Bull. of Karaganda State University, Ser. Mathematics*, 2014, 2 (74), p. 3–7 (in Rus.).

ӨОЖ 378:658

Д.Б.Әлібиев, А.Т.Жұмашева, А.Ш.Қажыкенова, Ә.Б.Сейітімбетова

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail: dalibiev@mail.ru)

## Бұлтты технологияларды білім жүйесінде пайдалану

Мақалада бұлтты технология жайында баяндалған. Бұлтты технологияның ерекшеліктері мен білім жүйесінде қолдану мүмкіндіктері айқындалған. Сонымен қатар ұсынылып отырған технологияның оқытушы мен білім алушыға қатысты артықшылықтары анықталған. Білім жүйесінде қолдануға болатын бұлтты технологияның қызмет көрсету аясы көрсетілген.

*Кілт сөздер:* ақпараттық-коммуникативтік технология, білім жүйесіндегі жаңа технология.

«Бұлтты есептеулер» термині (ағылш. *cloud computing*) Ғаламтор желісі арқылы көрсетілетін кез келген серверлер үшін қолданылады.

Қазақстан Республикасының Президенті Н.Ә.Назарбаевтың Жолдауында 2015 жылға қарай оқу ұйымдарының 50 % электронды оқулықтарды қолданатыны, ал 2020 жылы олардың саны 90 %-ға өсетіні айтылды, сәйкесінше ҚР-сының білім беру саласын «бұлтты технологиялар» өзгертетіні сөзсіз.

«Бұлтты технология» дербес оқу, интерактивті сабақтар мен ұжымдық оқыту үшін тамаша мүмкіндік жасай отырып, дәстүрлі оқудың орнына жаңашыл баламаны ұсынады. Сонымен қоса желілік бұлт оқушыларға өзара әсер етуге және орналасу жеріне байланыссыз ата-аналарымен, құрбыларымен бірлесіп жұмыс жүргізуге мүмкіндік береді.

Электронды оқытуға ауысу кейбір біліктілікті қажет ететіндіктен, колледждің барлық педагогикалық құрамы арнайы компьютер курстарында оқытылды, атап айтқанда: әкімшілік қызметкерлері үшін электронды оқу жоспарымен, педагогикалық жүктемемен, сабақтар кестесімен жұмыс істей білу; оқытушылар үшін электронды сынып журналымен жұмыс істеу, курстарды өңдеу, нәтижелерді тексеру; оқушылар мен ата-аналар Ғаламтор арқылы кестенің соңғы үлгісімен танысып, бағалар автоматты түрде қойылатын, үй тапсырмалары жазылатын электронды күнделікті көре алады, ал оқушылар дистанциялық оқытуға мүмкіндік алады.

Қазіргі кезде ҚР білім беруінде «бұлтты технологияларды» қолдану мүмкіндігін зерттей отыра, келесі қорытынды жасауға болады: болашақта білім беруде тек қана «бұлтты бағдарламалар» қолданылады және мемлекет бізге әлемдік стандарттар деңгейіндегі сапалық білімге қол жеткізуге бірегей мүмкіндік тудырады [1].

Дамыған шетелдің тәжірибесі көрсетіп отырғандай, жоғарыда сипатталған мәселелердің тамаша шешімі — оқыту үрдісіне «бұлтты есептеулерді» енгізу болып табылады. «Бұлтты есептеулер» — компьютерлік ресурстар мен қуаттылықтар тұтынушыға Ғаламтор-сервис ретінде көрініс беретін мәліметтерді жекелеп өңдеу технологиясы [2]. «Бұлтты технологиялар» қарқынды түрде дамып, кең тарауда. Кез келген технологиядай, «бұлтты технологиялардың» да өзіндік артықшылықтары мен кемшіліктері бар.

«Бұлтты технологиялар» сіздің барлық мәліметтеріңізді сақтауға, негізгі есептеуші жұмысты жасауға мүмкіндік береді, сіздің барлық мәліметтеріңіз, бағдарламалар мен икемдеулеріңіз әрқашан сізбен болады, бар керегі Ғаламторға қосылсаңыз болғаны. «Бұлтты технологиялардың» бірқатар артықшылықтары бар: аса қуатты компьютерлерді қажет етпеуі, сатып алынатын бағдарламалық қамтамасыз етуге шығынның азаюы (бұлттағы бағдарламалар есебінен), барлығы бұлтта

болғандықтан, үнемі жаңартылуларды қажет етпеуі, пираттылықтың болмауы, сақталатын мәліметтердің шектеусіз көлемі, оларға түрлі құрылғылардан және кез келген жерде-қолжетімділік, мәліметтердің жойылуларға тұрақтылығы, оқу жұмысының, бақылаудың және *online* бағалаудың көптеген түрлерін орындау; техникалық мамандардың жұмысына төленетін қаражатты үнемдеу; дискті орынды үнемдеу; білім беру ортасының ашықтығы. Бұлтты есептеулерді ғылым мен білім беруде қолдану бірқатар мүмкіндіктерге қол жеткізеді [2]:

- 1) нақты пән салаларында *web*-бағдарланған зертханаларды жасау мүмкіндігі;
- 2) зерттеушілер үшін қолданбалы модельдерді өңдеу, тарату және оларға қол жеткізуді ұйымдастыру бойынша принциптік түрде жаңа мүмкіндіктер;
- 3) білім беру бойынша принциптік түрде жаңа мүмкіндіктер: дәрістер, семинарлар (тәжірибелік сабақтар), зертханалық жұмыстар және т.б. [1].

Аталған технологияның дамуымен қатар, бақылауға көнбейтін мәліметтердің пайда болу мәселесі туындайтыны сөзсіз, яғни тұтынушы қалдырған ақпарат жылдар бойы сақталады немесе ол оның белгілі бір бөлігін өзгерте алмайды.

Қаланың барлық мектептері бірнеше жыл бойы оқу-тәрбие үрдісіне ақпараттық-коммуникациялық технологияларды (АКТ) енгізумен айналысады. Осы уақыт ішінде пайдалы тәжірибе жиналып, жүйелі амал-тәсілдер жасалынды. Ақпараттық технологиялар білім беру жүйесіне нақты енгені сонша, қазіргі таңда олардың қажеттілігі мен оны қолданудың артықшылығы туралы ешкімді көндірудің керектігі шамалы. Ең бастысы — жаңа технологияларды қолдану әдістемесін әрі қарай өңдеу және жаңашылдықтар туралы уақытылы ақпараттандырып отыруы қажет. Жаңа жабдықтар оларды қолданудың жаңа әдістемесін қажет етеді [3].

Қазіргі заманғы қоғамдағы білім беру жүйесінің міндеттерінің бірі — әр адамға өмір бойы оның қызығушылығы, қабілеті және қажеттілігіне сай білім алуға еркін және ашық түрде қол жеткізуді қамтамасыз ету [4].

Компьютерлік технологиялар ақпаратты жинау, жүйелендіру, сақтау, іздеу, өңдеу және көрсету сияқты іс-әрекет түрлерінің оңтайландырылуын қамтамасыз ете тұрып, жалпы білім беру маңызына ие болып, барлық оқу пәндерін оқытуда қолданылуы мүмкін. Ақпараттандырудың үлкен құндылығы мынада — олардың көмегімен оқыту үшін қажетті уақытты білім беру мекемесінің оқу жоспарын өзгертпей-ақ жоғарылатуға болады. Бұл жерде тұтынушымен үнемі «диалогты» іске асыру аса маңызды. Оқыту және тәрбиелеу міндеттерін тиімді шешу мақсатында кез келген мектептің сайтының жұмысына қандай пайдалы тарауларды енгізуге болады? Бұл — электронды күнделіктер мен журналдар, негізгі және қосымша сабақтардың кестесі, емтихандарға дайындық тарауы (мысалы, *online*-ҰБТ немесе мұғаліммен ақпаратпен алмасу), оқушылар мен мұғалімдер үшін жеке кабинеттер, интерактивті қабылдау бөлімі және т.б.

Кез келген жағдайда да аталған тақырыптың өзектілігі күмән тудырмайды. «Бұлтты технологиялар» біздің алдымызда жаңа көкжиектері, жаңа мүмкіндіктерді ашады.

Ақпарат ХХІ ғасырдың аса бағалы ресурстарының бірі екендігіне және барлық әлемде шынайы уақытта ақпаратты алуға деген қажеттіліктің барын ешкім күмән келтірмейді.

Үкіметтің 18 қазан 2007 жылғы өкіміне сәйкес бағдарламалық қамтамасыз етудің стандартты (базалық) пакеті орта мектептің түлегі игере алатын қолданбалы бағдарламалардың қатарына кіреді. Төмендегі кестеде аталған бағдарламалар «Шешілетін міндет» бағанында, ал «Бағдарламалық өнімдер» бағанында лицензиялық немесе тегін таратылатын өнімдерді алмастыра алатын «бұлтты» бағдарламалық өнімдер келтірілген.

Мектеп үшін «бұлтты» технологиялардың ең басты және аса маңызды кемшілігі — Ғаламтормен үнемі және шапшаң қосылу қажеттілігі. Бұл кемшілік көптеген саратшылардың атап өтетін екі маңызды кемшілігінің бірі болғандықтан, осы бағыттағы жұмыс қарқынды түрде жүргізіледі деген ойдамыз [3].

Жоо үшін Google-ден *онлайн* сервистері бірқатар құндылықтарға ие және оларды Ғаламтор бар кез келген білім беру ортасында қолдануға мүмкіндік береді.

Ғаламторда жұмыс атқара алатын кез келген мобильді құрылғылардың көмегімен құжаттармен жұмыс істеуге болады.

Осыдан бірнеше жыл бұрын қазақстандық ғалымдарына ғылыми жұмыстарын электронды нұсқада басып шығару талабы қойылған. Техника тіліне енді машықтанып жатқан ғалымдардың компьютерде терген талай диссертациялары күйіп кеткенінің куәсі болғанбыз. Ол кездері мәліметтің барлығы компьютердің жадысында сақталып, ол жанып кетсе, онымен бірге барлық файлдар

жоғалатын. Қолмен тасып жүретін кішкентай дискеттерге сенім аз еді. Интернеттің адамның күнделікті өміріне кірігуі сервер мен үйдегі компьютер қолданушының арасында байланыс орнататын виртуалды қоймалардың пайда болуына түрткі болды. Интернетшілер оны «бұлт технологиясы» (ағылш. *Cloud Technology*) деп атайды. Өйткені әр түрлі мәліметтер жан-жақтан жиналып, «виртуалды бұлт» түзейді. Компьютер бағдарламаларын әзірлейтін компаниялардың осы салаға бет бұруының сыры да осында. Миллиондаған қолданушыларды өзіне қаратып алған Dropbox бастамасының құпиясы да осында. Ол Google-дан көрі көлемі ірі виртуалды қойма ұсынды. Dropbox компьютеріңізге арнайы бума ашып береді. Оның өзгелерден басты айырмашылығы, бұл бумаға сақталған барлық мәліметтеріңіз виртуалды қоймада синхронды түрде сақталып отырады. Dropbox қолданушының барлық әрекеттерін жіті бақылап, кейін Интернетке қосылған кез келген компьютерден профайлды ашқанда жеке компьютердегі құжаттарды көруге болады. Компания сонымен қатар файлдардың көшірмелерін Ғаламторда сақтайды. Бір қызығы, компьютердегі сақталған дүние Интернетте сақталу үшін жаңартып отырудың қажеті жоқ. Әрі Dropbox-тағы файлды кез келген үшінші біреумен бөлісу мүмкіндігі қарастырылған. Орын алған өзгеріс барлық компьютерлерде бірдей қайталанады. Бұл қызмет түрі жұмыс үстеліндегі файлдарды үйлестіру үшін қолайлы. Бірақ мобильді құрылғылар үшін жүйе әзір жеткілікті жұмыс істеп тұрған жоқ [2].

Бұлт технологиясына негізделген жаңа жоба бір күннің ішінде бірнеше техникамен жұмыс істейтін жандар үшін тиімді болып отыр. New York Times журналисті Сюзан Орлеан Dropbox көмегімен өзінің электронды поштасы арқылы жазып жатқан Рин Тин Тин кітабын синхрондайды: «Dropbox тамаша. Қолданылуы да өте қарапайым. Ең бастысы, оңай көрінетін, бірақ көп адам істей бермейтін жұмысты атқарады. Әдетте бір компьютерде сақталған файлды сақтық мақсатында басқа бір дискіге немесе компьютерге сақтап қоюға ерінеміз ғой. Сонымен қатар бұл бағдарлама арқылы маған үйімдегі, жұмысымдағы және *iPhone*, *iPod*, тағы басқа Интернетке шығатын құралдарыммен оңай жұмыс істеуге жәрдемдеседі. Биыл жазда машинама суға түсіп кеткені бар. Өзіммен бірге алып жүретін күллі компьютер құрылғыларыма су тиіп, істен шығып қалса да, бұған еш алаңдаған жоқпын. Себебі құжаттарым Dropbox жәшігіне көшіріліп тұратын», — дейді. Dropbox бұл нарықтағы орнын ұзақ сақтай алмас. Google өз қолданушыларына барлық құжаттарын виртуалды сақтайтындай орын ұсынуы мүмкін. Сонымен қатар SugarSync атты жаңа жобадан да көп үміт күтуге болады. Әзірге аталған бағдарлама ағылшын тілінде қолданылуда. Оны кез келген адам Интернеттен тегін жүктей алады.

Microsoft Class Server (MCS) — оқу үрдісін басқару үшін заманауи платформа. Ол бір немесе бірнеше сыныптарда немесе оқу мекемелерінде оқытудың жаңа түрлерін дамытуға арналған платформа болып табылады. Аталған жүйені мектептерде және жоғары оқу орындарында қолдануға болады. Class Server — бес қызметтік ішкі жүйелерді біріктіретін оқу үрдісін басқару жүйесі: оқу материалдарын басқару; оқу жоспарын басқару; тестілеу және бағалау; оқушылардың үлгерімі бойынша есеп беру; Ғаламторда жұмыс атқару.

Microsoft Class Server оқушыларға қызықты, ата-аналарға өз балаларының оқудағы жетістіктерін қадағалауға мүмкіндік беретін және оқытушылардың уақытын біршама үнемдейтін оқытудың жаңа қызықтыратын әдісін ұсынады. MCS оқытушыларға шығармашылық тапсырмаларға көбірек уақыт бөлуге мүмкіндік береді. Ғаламтор желісін белсенді түрде қолданудың арқасында Microsoft Class Server оқу үрдісін басқару жүйесі оқытушылар әдетте қағаз бетінде жасайтын көптеген әкімшілік және кәсіби тапсырмалардың орындалуын автоматтандыруға мүмкіндік береді. Class Server оқу материалдары мен тапсырмаларын оңай және ыңғайлы жасауға, оларды желі бойынша оқушыларға жіберуге, желі бойынша орындалған тапсырмаларды қабылдап алуға және оларды тексеруге көмектеседі. Аталған қызметтердің автоматтандырылуы мұғалімдердің уақытын үнемдейді, соның арқасында оқытушылар шығармашылық жағынан оқытып, әрбір оқушыға көңіл бөле алады.

Class Server-дің маңызды артықшылығы — нақты оқу мекемелерінде үлгерімдер бойынша есептерді жылдам алуға мүмкіндік береді, ал барлық оқу мекемелерінде стандартты тексеру тестілерін қолданғанда түрлі оқу мекемелеріндегі үлгерімді өзара салыстыруға болады. Аталған есептердің негізінде түрлі деңгейдегі тапсырмалар қолма-қол шешіледі. Class Server-дің мәліметтер алмасуы SIF, SCORM және IMS халықаралық стандарттарымен қатар қолданылады; сонымен қоса мәліметтерді өңдеудің заманауи жүйелерімен біріктіруді қамтамасыз ететін Microsoft.NET платформасының қуатты амал-тәсілдерін ұсынады.

Microsoft Class Server өз балаларының оқу үрдісін қадағалауды жеңілдетеді.

Ата-аналар әдетте өз баласының оқытуында белсенді түрде қатысқысы келеді, алайда олар үшін өзекті және сенімді мәліметтерді алу қиынға түседі. Microsoft Class Server ата-аналарға өз баласының үлгерімін қадағалай алатын арнайы веб-параққа құпия сөз бойынша кіруге жағдай туғызады. Microsoft Class Server оқыту үрдісін балалар үшін қызықты етеді. Microsoft Class Server оқыту үрдісін байытатын көптеген мүмкіндіктерді ұсынады. Оқушылар Ғаламторға шығатын кез келген компьютерден құпия сөзбен қорғалған веб-параққа шығып, оқу материалымен жұмыс істеп, үй және тексеру (тестілік) тапсырмаларын орындайды. Жаңашыл технологияларды қолдану оқуды қызықты үрдіске айналдырады.

Microsoft Class Server кең мүмкіндіктерге ие: оқу материалдарын басқарады; оқу материалдарын сақтайтын жерді жасау мақсатында түрлі қайнар көздерді қолданады; оқытушылар оқу курстарын жасай алады. Ыңғайлы шаблондар мен редакциялау амалдары курстарды жылдам жасап, оларды репозиторияларда орналастыруға мүмкіндік береді; оқу материалдары мен мультимедиа-толықтырушыларын Ғаламтордан жүктеуге болады.

Оқу департаменттері оқу материалдарын оңай басқаруға, сонымен қатар ең үздіктерін басқа оқытушылар арасында ғаламтор арқылы таратуға болады. Репозиторияларда оқу материалдарын орналастыру және іздеу қызметтері ыңғайлы іске асады. Оқу материалдары мен тапсырмалар ғаламтор арқылы жіберілуі немесе қағаз бетіне басылып, оқушыларға таратылуы мүмкін.

Әдіскерлер кіріктіріме оқу жоспарларын қолданады немесе оқу жоспарының редакторының көмегімен өзіндік оқу жоспарын жасай алады. Мектептің оқу жоспарларының жүйесіне жүктеуге болады. Бекітілген жергілікті оқу жоспарлары орталықтандырылған түрде Ғаламтор арқылы таратылуы мүмкін. Жекелеген оқушыларға немесе оқушылар тобына дербес оқу жоспарын жасауға болады [4].

Тестілерді педагог жасауы мүмкін немесе оны басқа жерден жүктеп алуға болады, сонымен қоса оларды білім беру басқарудың жергілікті органдары Ғаламтор бойынша жіберіле алады. Тестілерді жасау барысында тесттердің түрлі шаблондары (бір жауапты таңдау, бірнеше жауаптарды таңдау немесе жауапті ерікті түрде енгізу) қолданылады.

Педагог оқушылардың тапсырманы орындауын автоматты түрде бағалау, қолмен бағалау немесе кешендік бағалау арасында таңдау жасай алады.

Оқушылардың үлгерімін олардың алған бағалары арқылы немесе оқу бағдарламасының жоспарын орындауы бойынша қарауға болады. Үлгерімін бағалаудың бірнеше параметрлерін қолдануға болады. Оқушылардың үлгерімі туралы мәліметтерді Ғаламтор арқылы шынайы уақыт режимінде жинайды.

Жаңалықтар, өзіндік жұмыстар үшін тапсырмалар, тестілер мен оқушылар туралы мәліметтер сыныптың немесе оқу тобының веб-парағында оңай орналасуы мүмкін. Білім беру мекемесінің веб-сайтын, оның эмблемасын, соңғы жаңалықтарды, оқиғалар күнтізбесін және т.б. ақпаратты орналастырып, түрлендіруге болады.

Біздің ойымызша, білім беру бірлестігінде аса жиі қолданылатын Google сервистері: Google ArtProject — әлемнің интерактивті ұсынылған әйгілі мұражайлары, Google Calendar — онлайн күнтізбе, Google Docs — онлайн кеңсе, Gmail — тегін электронды пошта, Google Knol — вики-энциклопедия, Google Maps — карталар жиынтығы, Google Sites — вики-технологияны қолданылатын тегін хостинг, Google Translate — аудармашы, YouTube — видеохостинг.

Заманауи компьютерлік технологиялар студенттер мен оқытушыларға қарым-қатынас жасау және жұмыс атқару үшін бірнеше құрылғыларды: ноутбуктер, компьютерлер, смартфондар, ұялы телефондар және т.б. қолдануға мүмкіндік береді. Google Apps құрал-жабдықтарын түрлі құрылғылар қолдайды, сондықтан олар білім беру ортасында жұмыс атқару үшін жалпыға қолжетімді және әмбебап IT-технология болып саналады.

Бұлтты технологиялардың сервистерінің тағы бірі Prezi.Prezi.com да жасаған жұмыстарды басқалар көруге мүмкіндік бар. Бұл презентациялар жасау үшін арналған.

Презентацияны Ғаламторда кез келген адам көруіне, оған өз пікірін қалдыруына және оны өзіне жүктеп (скачать) алуына болады. Осылайша басқа да көптеген презентациялар жасауға болады. Бұл программаның бір кемшілігі — программа орыс немесе қазақ тілінде жазылмаған, басқа тілдің бәрі бар, ағылшын тілін жақсы меңгерген адамға бұл өте оңай әрі ыңғайлы болады.

Өте көп ақпаратты Prezi-мен өткізгенде сыныпта белсенділік, интерактивтілік пайда болады. Сабақ түсінікті, есте қалатындай және қызықты өтеді. Шын мәнінде Prezi өзінде мынандай өнер тудырады: сіздің көзқарасыңыздың өзгеруі, жаңа идеялардың пайда болуы мен біріктірілуі, сонымен



қатар басқалармен бірлесе жұмыс істеуге мүмкіндік тудырады. Мұғалімдер бар күш-жігерімен қысқа уақыт аралығында, ауыр идеялы тапсырмаларды, әр слайдта анық әрі жеткілікті деңгейде жеткізе алады. Көбінесе мұғалімдер мәлімет фрагменттерін және диаграмма түрінде бірнеше слайдтарға бөлуге мәжбүр, соның арқасында олардың арасындағы байланыс жоғалады. Prezi тақырыптың кең спектрі мен байланысын ұсақ-түйекке жетуде ешқандай жоғалтусыз көрсетуге мүмкіндік береді, соның арқасында сабақтар арасындағы байланыс анық әрі контентті жаңаланады.

Мұғалімдердің әрбір төмендеуге жеткілікті бөлшектерді сыйдыруға бар күштерін салып, қысқа мерзімде күрделі идеяларды беру міндеті бар. Көбіне мұғалімдер бірнеше слайдтарға бөліп, диаграммаларды, мәліметтерді үзінді түрінде баяндауға мәжбүр, онда олардың арасындағы байланыс үзілген. Prezi интерактивті сессиялар үшін және жобалық сыныптарға немесе топтарға жарайды. Егер сізде PowerPoint-тің барлық лекциялары бар болса, онда сізге басынан бастау керек емес. PowerPoint функциясын пайдаланыңыз.

Мұғалімнің оқушыларға аз уақыттың ішінде өте көп ақпаратты жеткізу мүмкіндігі бар. Prezi сіздің презентацияларыңызды әлемнің кез келген жерінен қолдану үшін бұлтта сақтайды. Немесе Prezi-ді мобильді телефонда қолдануға болады. Prezi-ді бұлтта немесе жұмысты ұшақта аяқтап, жұмысты өзінің мобильдік телефонмен көрсетуге болады. Prezi өзінің жасаған жұмыстарымен клиенттермен, қызметтестерімен, сыныптастарымен немесе кез келген адаммен оңай бөлісуге мүмкіндік береді. Жасаған жұмысқа кез келген жерде және кез келген уақытта өзгерту енгізуге болады.

Бұлтты есептеулер туралы не айтса да, ең бастысы: аталған технологияның дамуын жай ғана елемей мүмкін емес. Қосымшаларды, өңдеу платформаларын, есептеуші қуатын, сақтаулар мен кез келген басқа «бұлтты» сервистерді жалға беру идеясы Ғаламтордың эксперименттік жүйеден нағыз тұтынушылық құралға айналу жолын қайталап жатқанын атап өткен дұрыс. «Бұлтты есептеулер технологиясы» ақпараттық технологиялар мүсінін тамырымен өзгерте алады.

Білім берудің қазіргі заманғы жүйесінде ақпараттық-коммуникациялық технологияларды оқытудың тиімділігін жоғарылататын аспап ретінде қолдану күмән тудырмайды. Сонымен қатар ақпараттық технологиялар оқытудың дәстүрлі жүйесін қолдау үшін барлық жерлерде қолданылады.

Қаланың барлық мектептері бірнеше жыл бойы оқу-тәрбие үрдісіне ақпараттық-коммуникациялық технологияларды енгізумен айналысады. Осы уақыт ішінде пайдалы тәжірибе жиналып, жүйелі амал-тәсілдер жасалынды. Ақпараттық технологиялар білім беру жүйесіне нақты енгені сонша, қазіргі таңда олардың қажеттілігі мен оны қолданудың артықшылығы туралы ешкімді көндірудің керектігі шамалы. Ең бастысы — жаңа технологияларды қолдану әдістемесін әрі қарай өңдеу және жаңашылдықтар туралы уақытылы ақпараттандырып отыруы қажет. Жаңа жабдықтар оларды қолданудың жаңа әдістемесін қажет етеді.

Қазіргі заманғы қоғамдағы білім беру жүйесінің міндеттерінің бірі — әр адамға өмір бойы оның қызығушылығы, қабілеті және қажеттілігіне сай білім алуға еркін және ашық түрде қолжеткізуді қамтамасыз ету. Компьютерлік технологиялар ақпаратты жинау, жүйелендіру, сақтау, іздеу, өңдеу және көрсету сияқты іс-әрекет түрлерінің оңтайландырылуын қамтамасыз ете тұрып, жалпы білім беру маңызына ие болып, барлық оқу пәндерін оқытуда қолданылуы мүмкін. Ақпараттандырудың үлкен құндылығы мынада — олардың көмегімен оқыту үшін қажетті уақытты білім беру мекемесінің оқу жоспарын өзгерпей-ақ жоғарылатуға болады [5].

Білім беру мекемесі үшін электронды оқытудың маңызы лезде арта түсті, оған виртуалды оқу ортасының «алтын торы» септігін тигізді. Көптеген студенттер аса ыңғайлы деп санайтын *Web 2.0* түрлі сервистерін біріктіре отырып, өзіндік оқу ортасын жасайды. Бұлтты есептеулер білім беру мекемелеріне электронды оқыту үшін Ғаламтор-технологияларына негізделген динамикалық және өзекті қосымшаларын көрсету мақсатында жаңа мүмкіндіктерді ұсынады. Бұлтты есептеулер тұтынушыларға қызмет көрсетудің жоғарғы деңгейі мен электронды курстың білім беру мекемесінің саясаты мен мемлекеттік оқыту стандарттарына сәйкестігін қамтамасыз етеді. Аталған технология оқу курстарын енгізуді ұсынатын сервистер мен логистикаға, архитектураға әсер етті. Бұлтты технологиялар білім беру мекемесі мен оқушылар үшін мүмкіндіктерді, сәйкесінше аз қаражат үшін жақсы сервис көрсете алады [1].

Балаларды оқыту мәселесі адамзаттың көп бөлігін алаңдатады. Қазіргі таңда өз уақытының көп бөлігін көптеген түрлі ақпараттар жиналған Ғаламтор желісінде өткізетін заманда балаларды қалай оқытуға болады? Оларды дұрыс арнаға қалай бағдарлауға болады? Қазір аса маңызды кезеңдердің бірі мектептерде бұлтты технологияларды енгізу болып саналады. Аталған технология білім беру

деңгейі мен сапасын жоғарылатуға мүмкіндік береді. Жоғарыда аталғандардан мынадай қорытынды жасауға болады: бұлтты есептеулер білім беру саласында, ғылыми зерттеулерде және қолданбалы өңдеу жұмыстарында, сонымен қоса мамандарды, магистранттар және студенттерді дистанциялық оқыту үшін қолданудың кең болашағына ие болады.

#### Әдебиеттер тізімі

- 1 [ЭР]. Қолжетімділік тәртібі: <http://www.microsoft.com/ru-ru/cloud/>
- 2 [ЭР]. Қолжетімділік тәртібі: <http://www.cnews.ru/reviews/index.shtml2009/12/23/374565>
- 3 [ЭР]. Қолжетімділік тәртібі: <http://www.oblacom.ru/>
- 4 [ЭР]. Қолжетімділік тәртібі: <http://www.e-school.kz/>
- 5 GoogleAppsEducationEdition. [ЭР]. Қолжетімділік тәртібі: <http://www.google.com/a/help/intl/en/edu/index.html>

Д.Б.Алибиев, А.Т.Жумашева, А.Ш.Кажикенова, А.Б.Сейтимбетова

#### **Использование облачной технологии в образовании**

В статье рассмотрены особенности и возможности использования облачной технологии в системе образования. Также определены преимущества при использовании этих технологий, которыми будут обладать как преподаватели, так и обучающиеся. В статье представлены виды сервисов облачной технологии, которые можно использовать в системе образования.

D.B.Alibiev, A.T.Zhumasheva, A.Sh.Kazhikenova, A.B.Seytimbetova

#### **Use cloudy technologies in education**

The article discusses about the clouded sky technology. Features cloud technologies and the possibility of using technology clouded sky in the education system. Just identified advantages in using this technology will have kotoromi both teachers and students. The article presents views of cloud services technologies that can be used in the education system.

#### References

- 1 [ER]. Access mode: <http://www.microsoft.com/ru-ru/cloud/>
- 2 [ER]. Access mode: <http://www.cnews.ru/reviews/index.shtml2009/12/23/374565>
- 3 [ER]. Access mode: <http://www.oblacom.ru/>
- 4 [ER]. Access mode: <http://www.e-school.kz/>
- 5 GoogleAppsEducationEdition. [ER]. Access mode: <http://www.google.com/a/help/intl/en/edu/index.html>

Д.Б.Алибиев, А.Ш.Кажикенова, М.А.Сексембаева

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: dalibiev@mail.ru)*

## **Исследование оптимизации вычислительных систем для Windows 7**

В статье описаны важнейшие части настройки операционной системы Windows 7 и рассмотрены возможные пути оптимизации вычислительных систем для Windows 7. Путем рассуждений и исследований материалов предложены основные советы по поддержанию операционной системы в исходном состоянии и по оптимизации систем, обеспечивающих рост производительности.

*Ключевые слова:* вычислительные системы, поддержка операционной системы, индекс производительности, оптимизация системы, Windows 7.

В данной статье мы поговорим о такой операционной системе, как Windows 7. Операционная система Windows 7 стала шоком для пользователей прежних систем Windows. Windows 7 — принципиально новая операционная система, которая очень быстро распространилась среди пользователей ПК. В ней собраны все основные преимущества операционной системы Windows 2000. Такие качества, как безопасность, надежность, стабильность — это приоритетные понятия для операционной системы Windows 7. Именно это позволяет операционной системе Windows 7 занимать лидирующее место в своей эксплуатации на настольных компьютерах, а также в корпоративных средах. Операционная система Windows 7 позволяет повысить вычислительные силы и возможности той или иной компании, одновременно и понижая свою стоимость для большого числа ПК.

Операционная система Windows 7 обеспечивает по-новому выстроенный уровень эффективности и прочности вычислительной системы, моментальный доступ к новым средствам, таким как инструменты цифровых мультимедиа технологий, и, наконец, мощнейшие средства управления и поддержки, которые делают работу на ПК легче.

Оптимизация Windows 7 является важнейшей частью настройки операционной системы Windows 7. Сама по себе операционная система не работает с максимальным быстродействием тогда, когда ее настройки выставлены по умолчанию. Причиной этого может являться груда оборудования, на которое ставится операционная система. Поэтому оптимизация Windows 7 — неотъемлемая часть настройки.

Если посмотреть на Windows 7, то графический интерфейс хорошо воспринимается визуально. Но такие спецэффекты, как тени, дополнительные звуки, исчезающие меню и окна, значительно замедляют работу операционной системы.

Раз уж мы говорим об оптимизации Windows 7, то нельзя не упомянуть о том, что Windows 7 запускает множество служб тех, которые вам могут быть полезными, а могут оказаться совершенно не нужными и очень замедлить работу на вашем ПК. Это зависит от того, чем вы занимаетесь на своем компьютере. Если немного оптимизировать Windows 7 и убрать лишние службы, то быстродействие системы станет намного лучше. Для того чтобы оптимизировать Windows 7, корпорация Microsoft предложила несколько утилит.

Большинство изменений с целью оптимизировать Windows 7 потребуют обязательного вмешательства в реестр, так что для этого необходимы административные привилегии. Перед тем, как приступить к процессу оптимизации Windows 7, нужно отключить все антивирусные средства и различного рода программное обеспечение, кроме того, необходимо сделать backup всех обязательных для работы компьютера файлов.

Операционная система — комплекс управляющих и обрабатывающих программ, которые, с одной стороны, выступают как интерфейс между устройствами вычислительной системы и прикладными программами, а с другой стороны — предназначены для управления устройствами, вычислительными процессами, для эффективного распределения вычислительных ресурсов между вычислительными процессами и организации надёжных вычислений. Это определение применимо к большинству современных операционных систем общего назначения [1].

Установка (переустановка) операционной системы Windows 7 и сопутствующего программного обеспечения — процесс довольно долгий. При несоблюдении определенных правил работы с ОС Windows 7 система может быть нарушена. В результате быстродействие и скорость работы резко

упадут. Какой бы ни была причина, существует множество способов ускорить работу Windows и повысить производительность вашего компьютера без необходимости обновления оборудования. Ниже перечислены несколько советов по оптимизации Windows 7, обеспечивающих рост производительности, и основные советы, как поддержать оперативную систему Windows 7 в исходном состоянии:

1. *Очистка реестра.* Реестр Windows, или системный реестр, — иерархически построенная база данных параметров и настроек операционной системы Microsoft Windows. В реестре содержатся информация и настройки для аппаратного обеспечения, программного обеспечения, профилей пользователей, предустановки. Некорректное удаление программ, проникновение вирусов, установка нелегальных программ могут сильно навредить системе. Способы решения проблемы — установка программ очистки реестра. Из программ можно использовать *juv16 PowerTools*, бесплатный аналог *Wise Registry Cleaner* и *CCleaner* (доступна на русском языке) [2].

2. *Антивирусная защита.* У каждого пользователя Интернет в обязательном порядке на ПК должен присутствовать антивирус с функцией ежедневного обновления антивирусных баз. Брандмауэр (он же файрвол, или межсетевой экран) будет еще одной «стеной» на пути проникновения сетевых вирусов и троянов на компьютер.

3. *Очистка системы от ненужных файлов.* При активном веб-серфинге веб-браузер сохраняет на компьютере большое количество временных файлов. Файлы *cookie*, картинки и прочие кэшированные файлы занимают немало места на вашем HDD-винчестере. Кроме того, в условиях нехватки места на жестком диске и снижения быстродействия браузера с переполненным кэшем это может стать не самой серьезной, но неприятной проблемой. Удалить временные файлы можно прямо через браузер, например, в *Mozilla Firefox* на панели меню кликните «Инструменты» — «Настройка» — «Дополнительно» — «Сеть» — «Очистить сейчас» кэшированное веб-содержание. В *Google Chrome* «Инструменты» — «История» — «Очистить историю» — «Очистить за все время». Быстро избавиться от системных файлов помогут программы *Revo Uninstaller* и *CCleaner* [1].

4. *Дефрагментация HDD.* После полной очистки необходимо выполнить дефрагментацию дискового пространства (в т.ч. для ускорения загрузки ОС). В Windows 7 автоматическая дефрагментация запрограммирована по умолчанию. Пользователям Windows XP необходимо делать это вручную.

5. *Проверка дисков на ошибки.* Последняя рекомендация — для опытных пользователей, чем для начинающих. Периодически (раз в месяц) не помешает проверять диск (-и) утилитой *chkdsk*, для диагностики и исправления ошибок файловой системы. Данная программа из штатного инструментария Windows вызывается через «Пуск» — «Выполнить» — `cmd` — «ОК», далее в консоли набираем `chkdsk X: /f /t` (где X — литера проверяемого жесткого диска). Параметром */f* задается автоматическое исправление ошибок, *a /r* — поиск «плохих» секторов и восстановление данных. С перезагрузкой компьютера можно забыть о данной рекомендации до следующей профилактической проверки (автозапуск CHKDSK после непредвиденных «сбоев» — не в счет).

Независимо от того, насколько быстро и эффективно работают новые компьютеры, со временем их производительность может снизиться. Поэтому даже самый современный компьютер не будет вызывать восхищение после установки дюжины программ, загрузки антишпионских и антивирусных средств и заполнения пространства на диске огромным количеством ненужных материалов из Интернета.

6. *Использование средства устранения проблем с производительностью.* В первую очередь следует воспользоваться средством устранения проблем с производительностью, которое автоматически находит и устраняет неполадки. Это средство проверяет параметры, которые могут замедлять работу компьютера, например, количество пользователей, вошедших в систему, и число одновременно запущенных программ.

Откройте средство устранения неполадок с производительностью. Для этого нажмите кнопку «Пуск» — Изображение кнопки «Пуск» и выберите пункт «Панель управления». В поле поиска введите «Неполадки» и затем выберите пункт «Устранение неполадок». В разделе «Система и безопасность» выберите пункт «Поиск проблем производительности».

7. *Удаление неиспользуемых программ.* Многие изготовители оснащают новые компьютеры программами, которые покупатель не заказывал и, возможно, никогда не будет использовать. К ним обычно относятся пробные выпуски и версии программ с ограниченным тиражом. Компании надеются, что после ознакомительного использования подобного программного обеспечения покупатель сочтет его полезным и заплатит за обновление до полных или более новых версий. Даже если такие программы на компьютере не используются, они могут замедлять его работу за счет потребления

ценной памяти, дискового пространства и вычислительной мощности. Рекомендуется удалить все программы, работать с которыми вы не планируете. В эту категорию следует включить как приложения, установленные изготовителем, так и пользовательские программы, которые больше не требуются, в особенности служебные программы, предназначенные для управления и настройки оборудования и программного обеспечения на компьютере. Служебные программы, такие как средства поиска вирусов, очистки диска и архивации, часто запускаются автоматически при загрузке системы и работают в фоновом режиме незаметно для пользователя. Многие пользователи даже не знают, что они выполняются.

Даже более старые модели компьютеров могут содержать установленные изготовителем программы, которые вы никогда не замечали или давно забыли об их существовании. Однако никогда не поздно удалить их, чтобы избавиться от беспорядка и сократить расходование системных ресурсов. Некоторые пользователи считают, что такие программы могут понадобиться в дальнейшем, но такой момент никогда не наступает. Удалите их и убедитесь в ускорении работы компьютера.

8. *Ограничение количества программ, запускаемых при загрузке системы.* Многие программы разработаны для автоматического запуска при загрузке ОС Windows. Изготовители программного обеспечения часто настраивают запуск программ в фоновом режиме, где пользователь их не видит, поэтому при нажатии их значков они будут незамедлительно открыты. Такая возможность полезна для программ, используемых регулярно, однако в отношении программ, которые используются редко или не используются вообще, она лишь расходует ценную память и увеличивает время, необходимое для завершения запуска Windows. Решите для себя, требуется ли запускать программу при загрузке системы. Как можно определить, какие программы автоматически запускаются при загрузке системы? В некоторых случаях это очевидно, поскольку программа добавляет свой значок в область уведомлений на панели задач, где можно увидеть ее выполнение. Просмотрите эту область, чтобы выявить выполняемые программы, автоматический запуск которых не требуется. Наведите указатель мыши на каждый значок для отображения имени программы. Чтобы просмотреть все значки, нажмите кнопку «Отображать скрытые значки».

9. *Отключение визуальных эффектов и отключение ненужных служб.* Если ОС Windows работает медленно, можно повысить ее производительность, отключив некоторые визуальные эффекты. В этом случае следует решить, что важнее: внешний вид или производительность. Какую ОС Windows лучше выбрать: более быструю или более привлекательную? Если компьютер достаточно производительный, такой выбор делать необязательно, однако если ПК подходит лишь для запуска Windows 7, сократить число визуальных «украшений» может быть полезно.

Пользователь может отдельно выбрать, какие визуальные эффекты следует отключить, или доверить это Windows. Для управления доступны 20 визуальных эффектов, например, эффект прозрачного стекла, способы открытия и закрытия меню, а также наличие теней [3].

Чтобы настроить все визуальные эффекты для обеспечения оптимальной производительности, выполните следующие действия.

Откройте раздел «Счетчики и средства производительности». Для этого нажмите кнопку «Пуск» — Изображение кнопки «Пуск» и выберите компонент «Панель управления». В поле поиска введите «Счетчики и средства производительности», а затем в списке результатов выберите пункт «Счетчики и средства производительности».

Выберите пункт «Настройка визуальных эффектов». Требуется разрешение администратора. Если отображается запрос на ввод пароля администратора или его подтверждение, укажите пароль или предоставьте подтверждение.

Перейдите на вкладку «Визуальные эффекты», выберите команду «Обеспечить наилучшее быстрое действие» и нажмите кнопку ОК (чтобы не менять конфигурацию коренным образом, выберите параметр «Восстановить значения по умолчанию») [3].

Отключите восстановление системы (если включено): «Пуск» → «Панель управления» → «Система и безопасность» → «Система» → слева пункт «Защита системы» → Настроить... (для каждого диска) → «Отключить защиту системы».

Также отключите ненужные службы: «Пуск» → «Панель управления» → «Система и безопасность» → «Администрирование» → «Службы» → двойной щелчок на нужной службе → «Тип запуска» → «Отключена и остановить службу».

Службы, которые можно отключить без вреда для системы:

Windows Search — «Поиск», индексация всех файлов, если вы не пользуетесь поиском, то эта служба вам не нужна.

Информация о совместимости приложений — собирает информацию о совместимости программы с Windows 7 и предупреждает пользователя.

Поставщик домашних групп — если вы не пользуетесь домашней группой в своей локальной сети, то и служба вам ни к чему.

Публикация ресурсов обнаружения функции — если у вас вообще нет локальной сети и вы не собираетесь предоставлять общий доступ к своим ресурсам.

Служба общих сетевых ресурсов проигрывателя Windows Media — общий доступ к ресурсам Windows Media.

Служба политики диагностики — диагностика проблем, как правило, бесполезна, начинающие пользователи могут не отключать.

Темы — служба тем оформления, если у вас включена классическая тема оформления, служба уже не нужна.

Установщик модулей Windows — отключение установки обновлений.

Брандмауэр Windows — защита от нежелательных подключений из сети.

Защита Windows — поиск и защита от нежелательных и вредоносных программ.

Центр обеспечения безопасности — отключение центра вместе с бесполезными (после отключения брандмауэра и защиты Windows) предупреждениями.

Центр обновления Windows — с отключенными обновлениями он тоже ни к чему.

10. *Добавление памяти.* Эта статья не содержит руководств по покупке оборудования, которое ускорит работу вашего компьютера. Однако любое обсуждение способов ускорения работы Windows будет неполным, если не упомянуть о добавлении на компьютер дополнительного объема оперативной памяти (ОЗУ). Если компьютер под управлением Windows 7 работает слишком медленно, причиной обычно является недостаточный объем ОЗУ. Оптимальный способ ускорить его работу — увеличить объем памяти. ОС Windows 7 может быть запущена на компьютере с ОЗУ объемом 1 гигабайт (ГБ), однако лучше использовать 2 ГБ. Оптимальную производительность обеспечивает ОЗУ объемом 3 ГБ и более. Другим вариантом является увеличение объема памяти с помощью технологии Windows ReadyBoost. Эта возможность позволяет использовать пространство для хранения данных на некоторых съемных носителях, например USB-устройствах флэш-памяти, чтобы повысить быстродействие компьютера. Намного проще вставить устройство флэш-памяти в USB-порт, чем открывать корпус компьютера и подсоединять модули памяти к системной плате.

11. *Проверка наличия вирусов и шпионских программ.* Если компьютер работает медленно, возможно, он заражен вирусом или шпионской программой. Такая ситуация менее распространена, чем другие проблемы, однако ее также следует принять во внимание. Проверка компьютера с помощью антишпионских и антивирусных программ поможет избежать чрезмерных беспокойств о его состоянии. Распространенный признак наличия вируса — пониженная по сравнению с обычной производительность компьютера. К другим признакам относятся сообщения, неожиданно всплывающие на экране компьютера, программы, которые запускаются автоматически, или звук, издаваемый непрерывно работающим жестким диском. Шпионское ПО — это тип программ, которые устанавливаются на компьютере обычно без ведома пользователя для отслеживания его действий в Интернете. Проверить наличие шпионского ПО можно с помощью Защитника Windows или других антишпионских приложений. Дополнительные сведения см. в разделе «Как определить, заражен ли компьютер шпионской программой». Самый надежный способ борьбы с вирусами — предотвратить их проникновение. Всегда запускайте антивирусную программу и поддерживайте ее обновление. Однако и при выполнении указанных мер предосторожности возможно заражение компьютера [4].

12. *Проверка быстродействия компьютера.* Для эксперимента нами была использована виртуальная машина на базе виртуализаций Virtual BOX со следующими характеристиками:

Операционная система: Windows 7 Профессиональная, процессор: Intel(R) Core(TM) i7 1,97 GHz (выделено 1 ядро), ОЗУ: 2,00 (4,00) ГБ.

В следующих таблицах (табл. 1 и 2) можно увидеть полученные изменения показателей эффективности до и после выполнения указанных советов.

Т а б л и ц а 1

**Оценка и увеличение производительности компьютера**

Компонент	Что оценивается	Оценка (до оптимизации системы)	Оценка (после оптимизации системы)
Процессор	Операций вычисления в секунду	5,8	6,8
Память (RAM)	Операций доступа к памяти в секунду	5,5	6,1

Т а б л и ц а 2

**Скорость загрузки и выгрузки операционной системы**

Что рассматривается	До оптимизации	После оптимизации
Длительность загрузки Windows	83027 мс	65593 мс
Продолжительность завершения работы	10370 мс	8722 мс

Таким образом, производительность компьютера можно увеличить простыми и несколькими эффективными путями, которые были показаны в статье. Если после выполнения указанных советов компьютер по-прежнему работает слишком медленно, может потребоваться покупка нового ПК или обновление некоторого оборудования, например, установка нового жесткого диска или более производительного видеоадаптера. Однако измерять быстродействие компьютера вручную не требуется. ОС Windows предлагает способ проверки и оценки скорости работы вашего ПК с помощью индекса производительности Windows. Индекс производительности Windows анализирует конфигурацию компьютера по пяти основным компонентам и присваивает оценку каждому из них, а также общую оценку. Общая оценка зависит от оценки компонента, получившего наихудшие результаты. В настоящее время общие оценки варьируются в пределах от 1 до 7,9. Если компьютеру присвоена оценка ниже 2 или 3, возможно, потребуется приобрести новый ПК, в зависимости от задач, которые ставит перед ним пользователь.

**Список литературы**

- 1 Колисниченко Д. Секреты, настройка и оптимизация реестра Windows 7. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 320 с.
- 2 Глазырин Б.Э., Глазырина И.Б., Берлинер Э. Microsoft Windows 7 руководство пользователя. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 416 с.
- 3 Чекмарев А., Райтман М. Установка и настройка Windows 7 для максимальной производительности. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 368 с.
- 4 Прокди Р.Г., Трубников А., Тихомиров В.В. Самоучитель Windows 7. Установка, настройка, использование. — СПб.: Наука и техника, 2010. — 304 с.

Д.Б.Әлібиев, А.Ш.Қажыкенова, М.Ә.Сексембаева

**Windows 7 үшін есептеу жүйелерін тиімдеуді зерттеу**

Мақалада Windows 7 операциялық жүйесін баптаудың басты бөліктері сипатталып, Windows 7 үшін есептеу техникасын тиімдеудің мүмкін жолдары қарастырылған. Жинақталған материалдарды зерттей отырып, операциялық жүйені қалыпты жағдайда ұстауға және оның өнімділігін арттыру мақсатында есептеу техникасын тиімдеуге арналған ұсыныстар берілген.

D.B.Alibiev, A.Sh.Kazhikenova, M.A.Seksembaeva

## Investigation of computer system optimization for Windows 7

In this work questions of transportation of oil products by rail with use of special tanks are In the article the most important parts of control of the Windows 7 operating system are described and possible ways of optimaziton of computing systems for Windows 7 are considered. The way a reasoning and researches of materials offers the main councils for maintenance of an operating system in an initial state and councils for optimization of the systems providing its growth in productivity.

### References

- 1 Kolisnichenko D. *Secrets, tweak and optimize Windows 7 Registry*, St. Petersburg: BXB-Petersburg, 2010, 320 p.
- 2 Glazyrin B.E., Glazyrina I.B., Berliner E. *Microsoft Windows 7 user guid*, St. Petersburg: BXB-Petersburg, 2010, 416 p.
- 3 Chekmaryov A., Reitman M. *Installing and Configuring Windows 7 for maximum performance*, St. Petersburg: BXB-Petersburg, 2010, 368 p.
- 4 Progdі R.G., Trubnikov A., Tikhomirov V.V. *Teach Yourself Windows 7. Installation, configuration, use*, St. Petersburg: BXB-Petersburg, 2010, 304 p.

ЭОЖ 004.9

Д.Б.Әлібиев, Г.А.Сұлтанова

*Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail: gasultanova@mail.ru)*

### Кластар диаграммасын жобалауда қолдану

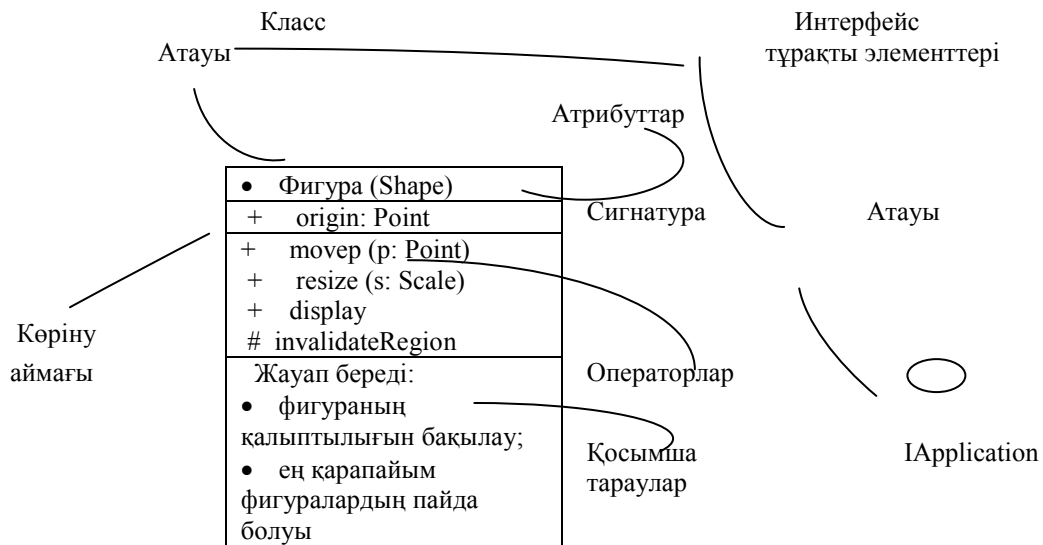
Мақалада жобалау іскерілігін үйрену үшін нақты есептер шығарылып, диаграмма құру жолдары қарастырылды. Есепте диаграммалау мен оны құру UML тілінде көрсетілді. Есеп кластар диаграммасының навигациясымен ұйымдастырылды. Есептің жобалық пішіні жасалып, диаграмманың құрылуы оның практикалық маңыздылығын арттырды.

*Кілт сөздер:* UML, OOSE, IDL, Rational Rose, ассоциация, атрибут.

Қазіргі заманғы коммерциялық программалық жүйелер күрделі және көлемді болып келеді. Күрделіліктің өсуі программалық жүйелерді жобалау әдістемелік салада маңызды зерттеулерді жүргізуге себепші болады, сонымен қатар декомпозициялау, абстракциялау және иерархияны құру әдістері жетілдірілді. Құрылымдық жобалау әдістері күрделі жүйелердің өңдеу үрдісін жеңілдету мақсатында алгоритмдік тәсілге негізделген. Жобалау әдістері кластарды және объектілерді бейнелеуге негізделген. Күрделі программалық жүйелерді құру үшін объектіге-бағытталған ғылымды пайдалану кластар түрінде негізгі UML құрылымдық блоктары жобаланады. Қазіргі таңда объектілерді жобалау, талдау, модельдеу үрдістерін іске асыру Unified Modeling Language — UML тілі болып саналады. Unified Modeling Language тілі — бұл бағдарламалық жүйелерді ерекшелендіру, бұрыштама қою, конструкциялау және құжаттамалау, сондай-ақ модельдер бизнесі мен өзге де бағдарламалық емес жүйелердің тілі. UML бұдан бұрын да үлкен және күрделі жүйелерді модельдеу кезінде ойдағыдай қолданылып жүрген инженерлік әдіс-тәсілдердің бірлестігін көрсетеді. UML-дің құрамалы бөлігі болып OCL табылады (Object Constraint Language — объектілерді шектеу тілі). UML-ды өңдеу 1994 жылғы қазан айында басталды, бұл кезде Rational Software Corporation-нан шыққан Гради Буч (Grady Booch) және Джим Рамберг (Jim Rumbaugh), OMT (Object Modeling Technique — объектілік модельдендіру техникасы) әдістемесін бірыңғайландыру бойынша жұмыстарды бастаған болатын. 1995 жылғы қазан айында бірыңғайландыру әдісінің алдын ала шамаланған болжамы ұсынылды. 1995 жылғы экономиялық құлдырау кезінде Иве Иакобсон (Ivar Jacobson) және оның



Objectory компаниясы Rational-мен бірікті. Бірлесу қорытындысы болып OOSE (Object-Oriented Software Engineering) әдісімен бірыңғайландыру әдісінің қосылуы табылды [1].



1-сурет. Кластың графикалық нотациясы

Rational Rose — автоматтандыру үрдістерін талдау және программалық объектілерді жобалау үшін арналған, сонымен қатар әр түрлі тілдердегі кодтарды генерациялауға және жоба құжатнамаларды шығаруға арналған Rational Software Corporation фирмасының объектілі-бағытталған Case құралдары. Rational Rose UML тіліне негізделіп жобалау және объектілі-бағытталған талдау әдістерін қолданады. Rational Rose осы болжамасы C++, Visual C++, Visual Basic, Java, PowerBuilder, CORBA Interface Definition Language (IDL) бағдарламалар үшін кодтар генерациясын және ANSI SQL, Oracle, MS SQL Server, IBM DB2, Sybase үшін мәліметтер қорының генерация бейнеленуін, сонымен қатар диаграмма түріндегі жобалау құжаттарын іске асырады. Rational Rose жаңа модельдерде бағдарламалық компоненттерінің қайта қолдануын қамтамасыз ететін бағдарламалар мен мәліметтер қорының резервтік инжинирингтің құралдарынан тұрады. Rational Rose да жұмыс істеудің негізі жүйе архитектурасының статикалық және динамикалық аспектілерін анықтайтын UML тілі диаграммаларды құру болып табылады (1-сур.).

Кластар диаграммасы объектіге-бағытталған амалда негізгі рөлді атқарады. Негізінде кез келген әдістеме түрлі кластар диаграммасынан тұрады. Сонымен қатар оның құрамында модельдеу түсініктерін көбісін құрайды. Оның негізгі элементтерінің көпшілігі пайдаланса да, өте күрделі ұғымдары көп пайданыла бермейді. Сондықтан да алдымен негізін, сонан соң қосымша түсініктерді қарастырайық [2].

Кластар диаграммасы жүйе объектілерінің типтерін, олардың арасындағы статистикалық қатынастары түрлерін сипаттайды. Статистикалық қатынастың екі негізгі түрі бар:

- ассоциациялар;
- ішкі типтер.

Кластар диаграммасында кластар атрибуттары, кластар операциялары мен объектілер байланыстарына қойылатын шектеулер де бейнеленеді.

Кластар диаграммасын көрсету ерекшеліктері UML тілін сипаттау құрамына жатпайды. Бірақ олар модельді құру және зерттеу кезінде маңызды рөл атқарады. UML тілін осы көзқарастың кез келгенінде қолдануға болады. Сіз класты стереотиппен толықтырып көріністің ерекшелігін айқын көрсетуіңізге болады. Сонымен бірге класты «іске асыру класы» деп немесе концептуалды және спецификация көзқарасы үшін «тип» ретінде белгілеуге болады. Бұл амал іске асырудың көзқарас түрін айқын көрсету үшін жасалады. Мысалы, 2-суретте кластар диаграммасының тұтынушылар тапсырыстарын өңдеумен айналысқан өңдеушілердің барлығына түсінікті, қарапайым түрі берілген. Бұл диаграмманың әрбір бөлігін қарастырып, түрлі көзқарас тұрғысынан олардың интерпретациясы көрсетілді.

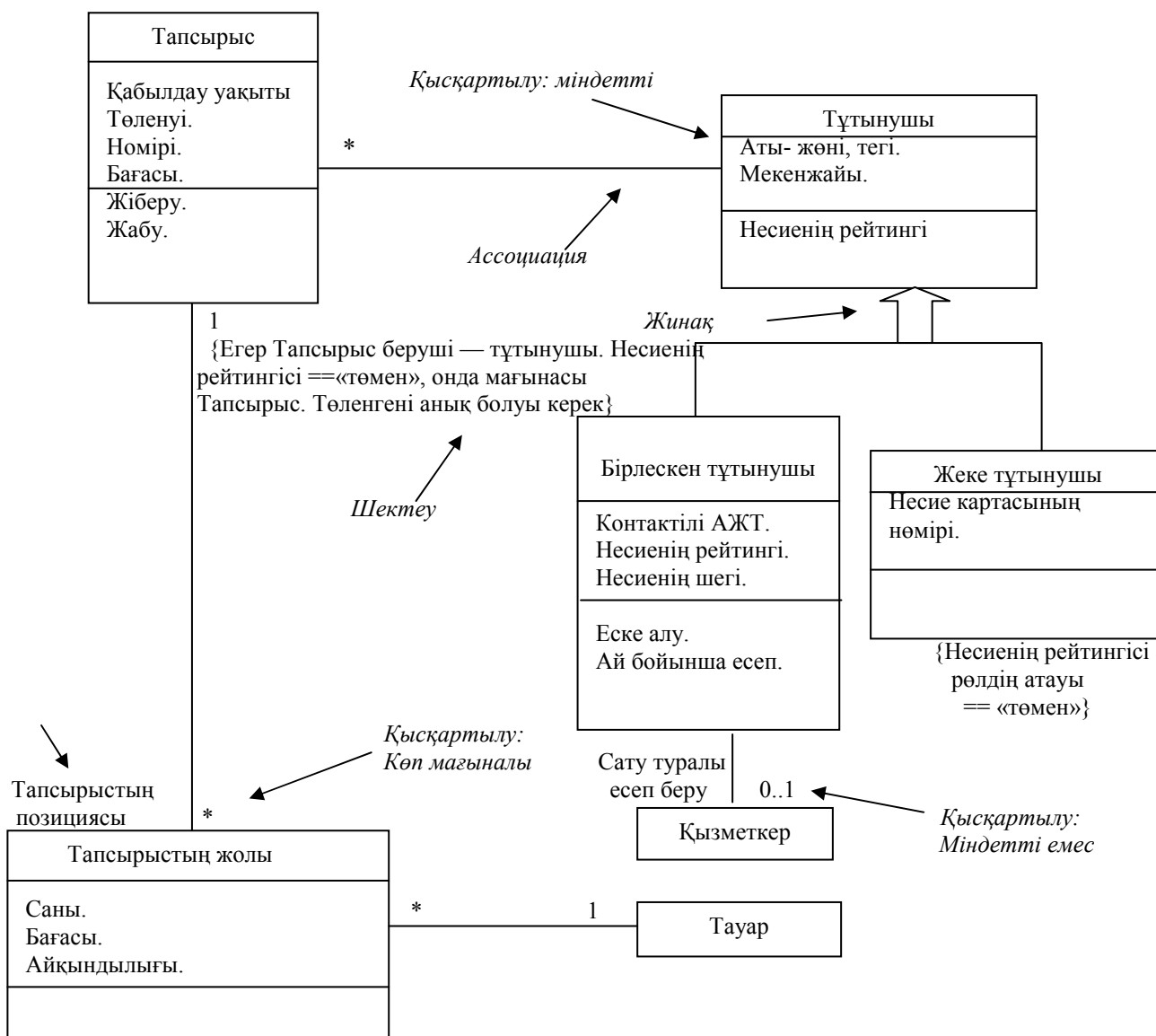
Ассоциация класс көшірмелері арасындағы қатынасты реттейді. Концептуалды көзқарас тұрғысынан қарағанда, ассоциация кластар арасындағы концептуалды қатынастарды көрсетеді [3].

Диаграммада тапсырыс тек бір тұтынушыдан келуі мүмкін, ал тұтынушы уақыт аралығында бірнеше тапсырыс түрін бере алатыны көрсетілген. Берілген тапсырыстың әрбіреуі бірнеше тапсырыс жолынан тұруы мүмкін және әрбір жол бір тапсырысқа сәйкес келуі керек.

Әрбір ассоциация ассоциацияның екі ұшына ие және оның әрбір ұшы осы ассоциацияның кластарының біріне жалғанады. Ассоциация ұшы белгімен берілуі мүмкін. Мұндай белгі рөл атауы деп аталады. Мысалы, 2-суретте «Тапсырыс» класынан «Тапсырыс жолына» бағытталған ассоциация ұшы «Тапсырыс позициясы» деп аталады. Егер мұндай белгі болмаса, ассоциация ұшына кластың атауы меншіктеледі. «Тапсырыс» класынан «Тұтынушы» класына бағытталған ассоциация ұшы деп аталуы мүмкін. Ассоциация ұшы берілген қатынаста қанша объект қатысатынын көрсететін қысқартылуға ие. 2-суретте «Тапсырыс» класының қасындағы «\*» символы бір тұтынушымен бірнеше тапсырыс байланысуы мүмкін екенін көрсетеді, ал, керісінше, «1» символы әрбір тапсырыс тек бір тұтынушыдан келу мүмкін екенін білдіреді. Жалпы жағдайда, қысқартылу қатынаста қатысатын объектілер санының төменгі және жоғарғы шегін береді. Мұндағы «\*» символы 0..шексіздік диапазонын береді, тұтынушы бір де бір тапсырыс бермеуі мүмкін, бірақ ол беретін тапсырыс саны шектелмеген, «1» және «1..1» диапазонын береді, яғни тапсырысты тек жалғыз тұтынушы бере алады [3].

Қысқартылудың жиі қолданылатын түрлері:

- 1;
- \*;
- 0..1 (нөл немесе бір).

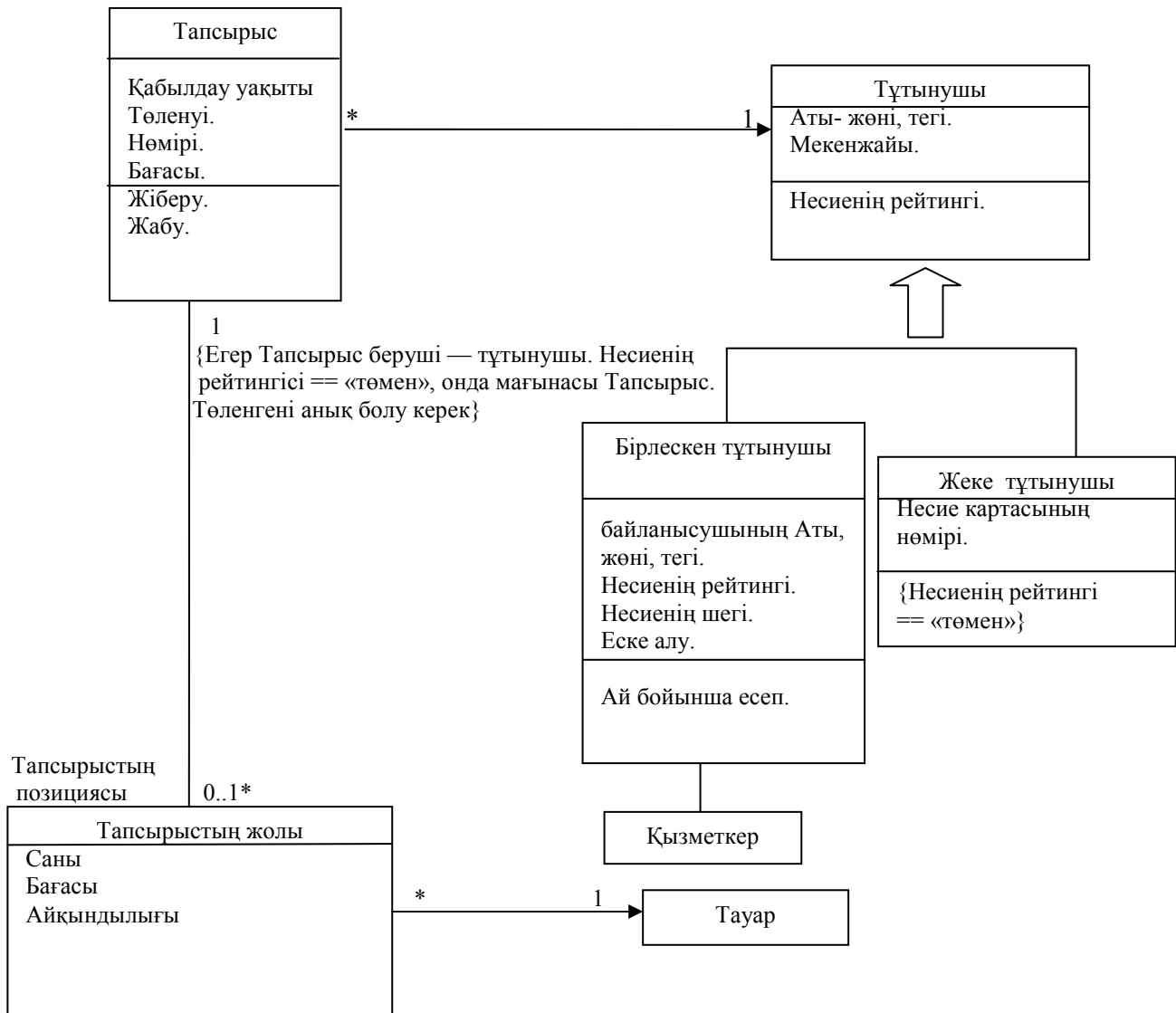


2-сурет. Кластар диаграммасы

Жалпы жағдайда, қысқартылу үшін бір ғана сан, диапазон немесе диапазон немесе сандардан тұратын дискретті комбинация қолданылуы мүмкін. Спецификация көзқарасы тұрғысынан ассоциациялар кластар жауапкершіліктерін көрсетеді. Мысалы, 2-суретте тұтынушымен байланысты бір немесе бірнеше әдістер бар деп тұжырымдалады. Ол арқылы нақты тұтынушы қандай тапсырыс бергенін білуге болады. Осыған ұқсас «Тапсырыс» класында, қандай тұтынушы нақты қандай тапсырыс береді және осы тапсырысқа қандай тапсырыс жолдары кіретінін көруге болатын әдістер бар.

Диаграмманы спецификация көзқарасы тұрғысынан қарастыра отырып, біз класқа арналған мәліметтер құрамы жайында тұжырым айта алмаймыз. Берілген класс тапсырыспен байланысты екенін анықтау үшін, «Тапсырыс» класы «Тұтынушы» класына бағытталған нұсқауға ие екенін немесе «Тапсырыс» класы «Тұтынушы» класының әрбір көшірмелеріне құрылған программалық тапсырысты жүзеге асыру арқылы орындалуын іске асыра алатынын айтамыз. Диаграмма тек интерфейсті сипаттайды. Егер модель іске асыру көзқарасы тұрғысынан қарастырылса, байланысқан кластар арасында екі бағытта да нұсқау бар деп ұйғаруға болады [4].

Бұл жағдайда диаграмма бізге «Тапсырыс» класының құрамындағы «Тапсырыс жолы» класына бағытталған нұсқаулары бар жолды және «Тұтынушы» класына бағытталған нұсқауды көрсетеді. Мысалы 3-суретті қарастыратын болсақ, бұл бағыттауыштар навигацияны білдіреді. Спецификация моделінде бұл амалмен «Тапсырыс» қай «Тұтынушыға» байланысты сұрағына жауап беруі тиіс, ал «Тұтынушыға» қай «Тапсырысқа» қатысы бар екеніне жауап беру тиіс еместігін көрсетуге болады. Симметриялы жауапкершіліктердің орнына біз тек бір бағытты жауапкершіліктерді көрсетеміз.



3-сурет. Кластар диаграммасы навигациясы

Іске асыру диаграммасында бұл «Тапсырыс» класы «Тұтынушы» класына бағытталған нұсқауға ие, бірақ «Тұтынушы» «Тапсырыс» класына бағытталған нұсқауға қамтымайтынын білдіреді.

Бұдан навигация спецификация мен іске асыру диаграммалары үшін өте маңызды мағынаға ие екенін көруге болады. Бірақ концептуалды диаграммаларды құру барысында ол өз маңыздылығын жоғалтуы мүмкін.

Ең басында құрылатын концептуалды диаграммаларда навигация бағыты көбіне болмауы мүмкін. Олар спецификация мен іске асыру деңгейіндегі кластар диаграммасын құру барысында пайда болады. Спецификация мен іске асыру көзқарасы тұрғысынан навигация бағыты ерекшеленуі мүмкін.

Егер навигация бағыты тек бір жаққа қараса, онда мұндай ассоциация бір бағытты ассоциация деп аталады. Екі бағытты ассоциацияда навигация екі жаққа да бағытталады. Егер ассоциация навигация бағытына ие болмаса, онда UML тілі оны келесі түрлерде береді: навигация бағыты белгісіз немесе ассоциация екі бағытты болады. Екі бағытты ассоциациялар құрамына, екі навигация бір-біріне қарағанда, инверсті болып келетін қосымша шектеулер кіреді. Бұл математикадағы кері ұғымына ұқсас.

Мәліметтерді модельдеу мамандары қабылдағандай, ассоциацияны атаудың дәстүрлі тәсілі етістік пен сөйлемнің байланысқан түрін пайдалану негізделеді. Бұл амал сөйлемде қолдануға ыңғайлы болу үшін пайдаланылады. Объектілерді модельдеу мамандарының көпшілігі атау ретінде пайдалану дұрыс деп санайды. Оны ассоциацияның бір немесе бірнеше ұштарының рөлін атқару үшін қолданылады. Себебі мұндай амал операциялар мен жауапкершіліктермен жақсы байланысады.

Кейбір өңдеушілер әрбір ассоциацияға белгілі бір атау меншіктейді. Мысалы, «қамтиды» немесе «байланысты» сияқты. Ассоциация екі объект арасындағы перманенттік байланысты көрсетеді. Дегенмен, мұндай байланыс, онымен байланысқан көшірмелер уақыт аралығында өзгерсе де, объектілердің барлық өмір ұзақтығы барысында болады. Концептуалды деңгейде атрибут «Тұтынушының аты, жөні, тегі» атрибуты тұтынушылар атына, жөніне, тегіне ие екенін көрсетеді. Спецификация деңгейінде бұл атрибут тұтынушы объектісі өзінің атын, жөнін, тегін хабарлауы мүмкін және атын, жөнін, тегін орнату үшін тәсілдерге ие. Иелену деңгейінде тұтынушы объектісі өзінің атауы үшін өрістен тұрады.

Диаграммаларды детализациялау дәрежесінен тәуелділігінен атрибут белгілеуі атрибуттың атауын, типі мен үндемей беретін мәнін меншіктеуді жатқызуы мүмкін. UML тілінің синтаксисінде келесі түрде болады: <көрінуі><атауы>:<тип> = <үндемей берілетін мән>, мұндағы көрінуі төменде көрсетілгендей операция үшін сондай мағынаға ие.

Диаграммада, ереже бойынша, атрибут міндетті немесе міндетті емес екендігі көрсетілмейді, бірақ мұны істеуге болады, атрибуттың атынан кейін квадрат жақшаға қысқасысын көрсетеміз, мысалы, мәлімет алу [0..1]: мәліметтер.

Спецификация мен иелену деңгейінде айырмашылық білінеді. Атрибуттар навигациясының жалғыз бағытын ұйғарады — типтен атрибутқа. Бұдан басқа, тип объектінің өзінің меншікті көшірмесінен тұратыны түсіндіріледі. Өз кезегінде, атрибут ретінде қолданатын кез келген тип сілтеменің семантикасына қарағанда мәннен тұратындығы ұйғарылады [5].

Кейбір типтің жалпыға бірдей әдістеріне операцияны спецификациялау деңгейінде сәйкес келеді. Әдетте мұндай операцияларды көрсетпесе де болады, олар жай ғана атрибутты игереді. Бірақ кейбір кезде көрсету керек болады, себебі берілген атрибут тек оқу үшін арналған (*read-only*) не өзгеріссіз (*frozen*) болады, яғни оның мәні ешқашанда өзгермейді.

UML тілі сұранысты кластан әлдебір мәндер алатын және жүйенің жағдайын өзгертпейтін операция деп анықтайды. Мұндай операцияны шектеумен {сұранысты} белгілейді. Сұраныс кезектесіп орындала алады, бірақ жағдайды өзгертетін операциялардың кезектесіп орындалуын қадағалау қажет ететін әдістер:

- мәндерді ығыстыру әдістері (*getting methods*);
- мәндерді орнату әдістері (*setting methods*).

Мәндерді ығыстыру әдісі өрістен мәнді қабылдайды. Мәндерді орнату әдісі мәнді өріске орналастырады. Кластан тыс болғанда тұтынушы, мәнді алу әдісінің сұрауы немесе мәнді орнату әдісінің модификаторы болып табылатынын анықтай алмайды.

Операция әлдебір процедураны шақыру, ал осы жерде әдіс процедураның денесі болып табылады. Бұл екі ұғымды полиморфизммен кездескенде ажыратады. Егер сізде үш ішкі типтен тұратын супертип бар болса, онда оның әрбіреуі бір және тура сол супертиптің операциясын

анықтайды, яғни сіз бір операция және оны жасайтын төрт әдіспен жұмыс істейміз. Әдетте «операция» және «әдіс» терминдері өзара ауыстыратын болып қолданады, бірақ кейбір жағдайларда оларды ажырата білу керек. Кейбір кезде құрастырушылар оларды әдісті шақыру, немесе әдісті анықтау (операция үшін), «әдіс денесі» деген терминдерді қолданып ажыратады.

Класс диаграммасы түгелдей объектіге-бағытталған әдістердің негізгі қалаушысы болып табылады. Класс диаграммасын қолдануына байланысты кездесетін қиындықтар:

- барлық рұқсаты бар ұғымды бірден пайдалануға тырыспаңыз. Ең қарапайым ұғымнан бастаңыз, олар мына бөлімдерде қарастырылған: кластар, атрибуттар, ассоциациялар, жалпылаулар және шектеулер;
- модельді құру үшін көзқарастар таңдауы жобамен жұмыс істеу кезеңдеріне сәйкес келуі қажет;
- әлемдегі барлығына модель құра беруге болмайды, оның орнына негізгі аспектілерде көңіл бөлген дұрыс.

Саны көп ескі модельдерден гөрі, әрқашанда жұмыс істеуге болатындай және барлық енгізілген өзгерістер кескінделетіндей, аз диаграмма болғаны жөн. Класс диаграммасына байланысты ең үлкен қауіп — ол бөлшекті игеру. Бұған қарсы тұру үшін концептуалды аспектіге және аспектінің спецификациясына көңіл бөлуіңіз керек.

### Әдебиеттер тізімі

- 1 Розенберг Д., Скотт К. Применение объектного моделирования с использованием UML и анализ прецедентов. — М.: ДМК Пресс, 2002. — С. 150–160.
- 2 Ларман К. Применение UML и шаблонов. Введение в объектно-ориентированный анализ и проектирование. — СПб.: Вильямс, 2002. — С. 658–624.
- 3 Шмюллер Дж. Освой самостоятельно UML. — М.: Вильямс, 2002. — С. 330–340.
- 4 Трофимов С.А. Case-технологии. Практическая работа в Rational Rose. — М.: Бином, 2001. — С. 260–267.
- 5 Гома Х. UML-проектирование систем реального времени, распределенных и параллельных приложений. — М.: ДМК Press, 2002. — С. 735–740.

Д.Б.Алибиев, Г.А.Султанова

### Использование диаграмм классов в планировании

В статье рассмотрены решение конкретных задач и способы создания диаграмм. Создание диаграмм задачи основывалось на языке UML. Задача была организована с навигацией диаграммы классов. Создание диаграммы и проектной формы задачи увеличивает ее практическую значимость.

D.B.Alibiev, G.A.Sultanova

### Using diagrams class at planning

The article is discussed the solution of specific problems, methods for creating diagrams. Diagrams problem and its creation shows the language UML. Tasks organized navigation class diagram. Create a chart increases its practical significance, making the design task form.

### References

- 1 Rozenberg D., Skott K. *Application object modeling using UML and analysis of precedents*, Moscow: DMK Press, 2002, p. 150–160.
- 2 Larman K. *Applying UML and Patterns. Introduction to Object-Oriented Analysis and Design*, Saint-Petersburg: Williams, 2002, p. 658–624.
- 3 Shmuller Dzh. *Teach Yourself UML*, Moscow: Williams, 2002, p. 330–340.
- 4 Trofimov S.A. *Case-technology. Practical work in Rational Rose*, Moscow: Bean, 2001, p. 260–267.
- 5 Goma H. *UML Design of real-time systems, distributed and parallel applications*, Moscow: DMK Press, 2002, p. 735–740.

А.Ж.Амиров, М.К.Баймульдин, Ю.К.Шакирова, Г.Б.Абилдаева, Н.К.Савченко

*Карагандинский государственный технический университет (E-mail: gulek\_dil@mail.ru)*

## **Enterprise Resource Planning — системы планирования ресурсов предприятия**

В статье рассмотрены системы планирования ресурсов предприятия, приведены характеристики ERP-системы. Предложены аспекты ERP-системы влияния на мир бизнеса и информационных технологий, а также задачи при проектировании ERP-системы для эффективного принятия управленческих решений. Изучены вопросы в процессе реинжиниринга, функциональные блоки, реализующиеся в ERP-системе по версии APICS. Приведены примеры проблем с ERP-системами во внедрении и испытании изменений системы. Сделан вывод о том, что современные ERP-системы обладают высокоуровневой и интегрированной средой разработки.

*Ключевые слова:* планирование, ресурсы, предприятия, система, бизнес-процесс, управление, данные, автоматизация, менеджмент, реинжиниринг.

Системы планирования ресурсов предприятия — ERP (Enterprise Resource Planning) — служат для интеграции всех данных и процессов организации в единую систему. Для этого типичная ERP-система использует множество различных программных и аппаратных компонентов. Ключевым компонентом большинства ERP систем является единая база данных, хранящая в себе данные различных системных модулей.

ERP-системы внедряются для того, чтобы объединить все подразделения компании и все необходимые функции в одной компьютерной системе, которая будет обслуживать текущие потребности этих подразделений. Разработка подобной единой системы — непростая задача. Обычно каждое подразделение имеет собственную компьютерную систему, оптимизированную для решения его задач.

Системами уровня ERP называют пакеты программ, обеспечивающие функциональность, которая обычно выполняется двумя или более системами. Формально, программный пакет, включающий одновременно и расчет заработной платы и ведение учета (например, QuickBooks), считается системой класса ERP [1–4].

В частности, ERP системы имеют следующие характеристики:

- это готовое ПО, разработанное для среды клиент-сервер, как традиционной, так и базирующейся на интернет-технологиях;
- эти системы интегрируют большинство бизнес-процессов;
- они обрабатывают большую часть деловых операций организации;
- эти системы используют базу данных (БД) всего предприятия, каждый образец данных в которой запоминается, как правило, единожды;
- они обеспечивают доступ к данным в режиме реального времени;
- в некоторых случаях данные системы позволяют интегрировать обработку деловых операций и действий по планированию (например, производственное планирование).

Более того, ERP системы все чаще имеют такие дополнительные характеристики, как:

- поддержка многочисленных валют и языков (что очень важно для транснациональных компаний);
- поддержка конкретных отраслей (например, SAP поддерживает большое число отраслей, включая нефтяную и газовую отрасли, здравоохранение, химическую промышленность и банковское дело);
- способность к настройке без программирования (например, установкой «переключателей»).

Ключевая особенность ERP системы состоит в интеграции данных из всех аспектов деятельности организации. Для этого используется единая база данных и многочисленные программные модули, обеспечивающие выполнение различных бизнес-функций предприятия.

В основе ERP-систем лежит принцип создания единого хранилища данных, содержащего всю корпоративную бизнес-информацию и обеспечивающего одновременный доступ к ней любого необходимого количества сотрудников предприятия, наделенных соответствующими полномочиями. Изменение данных производится через функции (функциональные возможности) системы.

Классические ERP-системы, в отличие от так называемого «коробочного» программного обеспечения, относятся к категории «тяжелых» программных продуктов, требующих достаточно длительной настройки, для того чтобы начать ими пользоваться. Выбор, приобретение и внедрение, как правило, требуют тщательного планирования в рамках длительного проекта с участием партнерской компании — поставщика или консультанта. Поскольку ERP-системы строятся по модульному принципу, заказчик часто (по крайней мере, на ранней стадии таких проектов) приобретает не полный спектр модулей, а ограниченный их комплект. В ходе внедрения проектная команда, как правило, в течение нескольких месяцев осуществляет настройку поставляемых модулей.

На рисунке приведены основные функции ERP-систем.



Рисунок. Функции ERP-систем

Мировой опыт показывает, что успехов достигают те фирмы, которые балансируют производственные, коммерческие и финансовые цели, т.е. предприятие рассматривается как единая производственно-сбытовая система (ПСС), связывающая воедино такие сферы, как маркетинг — создание новых изделий — снабжение — производство — сбыт — доставку продукции потребителю — сервисное обслуживание, и используют для достижения технологической эффективности в качестве главной бизнес-модели предприятия промышленные стандарты MRP/ERP.

Практика использования ERP стала промышленным стандартом. Производители, надеющиеся на процветание в условиях современной конкуренции, должны настойчиво применять ERP-методологию для того, чтобы не отстать в эффективности производства и сбыта от своих конкурентов.

Системы планирования ресурсов предприятий имеют огромное влияние и на мир бизнеса, и на мир информационных технологий, включая следующие аспекты, т.е. ERP-системы:

- влияют на большинство крупных корпораций в мире;
- влияют на многие малые и средние предприятия;
- влияют на поведение конкурентов;
- влияют на требования к деловому партнеру;
- изменяют природу консалтинговых компаний;
- одно из основных средств реинжиниринга;
- распространяют многие «лучшие практики»;
- дают клиент-серверным технологиям их первый корпоративный продукт;
- изменяют природу подразделений информационных систем;
- изменяют природу рабочих мест во всех функциональных областях;
- стоимость ERP-систем высока;
- претерпевают значительный рыночный рост.

Использование ERP-системы позволяет использовать одну интегрированную программу вместо нескольких разрозненных. Единая система может управлять обработкой, логистикой, дистрибуцией, запасами, доставкой, выставлением счетов-фактур и бухгалтерским учётом.

Реализуемая в ERP-системах система разграничения доступа к информации предназначена (в комплексе с другими мерами информационной безопасности предприятия) для противодействия как внешним угрозам (например, промышленному шпионажу), так и внутренним (например, хищениям).

Внедряемые в связке с CRM-системой и системой контроля качества, ERP-системы нацелены на максимальное удовлетворение потребностей компаний в средствах управления бизнесом.

Без ERP-системы крупный производитель вынужден работать со множеством приложений, которые не способны взаимодействовать между собой.

Ниже приводятся задачи, которым нужно взаимодействовать между собой:

- технический дизайн (наилучший способ произвести изделие);
- отслеживание заказов: от принятия до выполнения;
- цикл получения дохода — от накладной до получения наличных;
- управление взаимозависимостью сложных спецификаций материалов;
- проверка на соответствие бланков заказов (что было заказано), квитанций о поступлении товаров (что было получено) и затрат (счет-фактура от производителя);
- бухгалтерский учет для всех этих задач, учет доходов, затрат и прибыли на детальном уровне.

Учет изменений, как продукт, производили ранее и того, как будут производить теперь. Для управления переходом со старой версии на новую можно использовать как дату начала использования некоторых элементов, так и дату прекращения использования. Часть изменения может быть промаркирована для идентификации номеров версий.

В ERP-системах применяется компьютерная защита как от внешних злоумышленников, таких как промышленные шпионы, так и от внутренних, например, расхитителей.

Большинство проблем с ERP-системами возникают у организаций из-за недостаточных вложений в обучение персонала, включая сотрудников, которые участвуют во внедрении и испытании изменений системы, а также из-за отсутствия политики фирмы, направленной на защиту целостности данных в ERP-системе и правильности их использования.

Ограничения ERP-систем заключаются в следующем:

- успех внедрения зависит от квалификации и опыта персонала, включая обучение тому, как обеспечивать безошибочную работу системы. Руководство многих компаний сокращает расходы, урезая затраты на обучение. У небольших частных предприятий часто не хватает на это средств, благодаря чему ERP-системой управляют люди, некомпетентные в общих вопросах управления предприятием и незнакомые с особенностями используемой ERP-системы.
- текучесть кадров: новые менеджеры, нанимаемые компанией, недостаточно осведомленные о применяемой ERP-системе, могут предлагать изменения в бизнес-процессах, не согласующиеся с оптимальным использованием выбранной ERP-системы.

Возможности индивидуальной доработки ограничены. Иногда такая доработка может подразумевать структурные изменения по ERP, что обычно не допускается производителем.

Перепроектирование бизнес-процессов под «промышленный стандарт», поддерживаемый ERP-системой, может привести к потере конкурентоспособности фирмы.

Производители ERP-систем могут взимать средства за ежегодное продление срока действия лицензии, независимо от размера компании, применяющей ERP-систему, или ее прибылей.

Ответы службы поддержки на вопросы персонала фирмы часто не соответствуют применяемой системе. Опасения по поводу компьютерной безопасности возрастают, например, когда обычному пользователю объясняют, как сходу изменить базу данных, в то время как политика компании требует обязательного аудита всех изменений, для соответствия определенным стандартам.

ERP-системы часто не обладают гибкостью и их трудно адаптировать к определенным потокам данных и бизнес-процессам некоторых компаний — этот факт приводится как основная причина неудач их внедрения.

ERP-системы могут быть сложны в использовании:

- система может страдать от проблемы «слабого звена», т.е. неэффективность в одном подразделении или одного из партнеров может влиять на других участников. Множество взаимосвязанных звеньев нуждается в высокой точности и эффективности работы других приложений. В компании могут выполняться минимальные нормы, но со временем надежность некоторых приложений снизится за счет неверных данных. После установки системы затраты на переход



на другую версию для одного из партнеров могут оказаться слишком высокими (что снижает гибкость и стратегический контроль на корпоративном уровне);

- стирание границ предприятия может создать проблемы с отчетностью, сферами ответственности и моральным состоянием сотрудников;
- меры по нераспространению секретной информации между подразделениями могут снизить эффективность программного обеспечения;
- часто возникают проблемы с совместимостью с устаревшими системами партнеров. Система может обладать избыточными функциями, по сравнению с фактическими потребностями заказчика.

Системы планирования ресурсов предприятий в конечном итоге приводят к реинжинирингу организационных процессов.

Например, во многих традиционных системах данные собираются на погрузочной площадке, обрабатываются бухгалтерами и затем вводятся в систему. Однако ERP-системы разработаны таким образом, что они могут использоваться с момента создания данных, зачастую прямо при выполнении операций. В результате такого реинжиниринга происходят большие изменения в процессах, затрагивающих следующие вопросы: кто собирает данные, как они собираются (фактически, собирается больше данных, минуя оформление на бумаге, и они вводятся непосредственно в компьютерную среду), сбор данных на месте их создания, замена бухгалтеров людьми, собирающими информацию при осуществлении операций, и изменения, при которых данные генерируются так, чтобы акцентировать внимание на процессе.

Каждое из этих системных изменений может иметь большое влияние на сбор данных (например, кто вводит данные, где осуществляется ввод данных и как часто вводятся собранные данные), и это в конечном итоге влияет на качество данных. Как результат, изменения во вводе данных, осуществленные в процессе реинжиниринга, могут влиять на соответствующие затраты при внедрении ERP-системы и выгоды от нее.

Оценка выгод — зачастую, более трудная задача, чем оценка затрат, возможно, потому, что выгоды еще не актуализированы и, зачастую, являются менее прямыми. Таким образом, чтобы понять вклад выгод, необходимо идентифицировать преимущества, которые ассоциируются с системными изменениями.

С одной стороны, затраты на внедрение, зачастую, можно определить сразу. Но даже в этом случае существуют некоторые затраты, которые трудно измерить. Например, изменения в процедурах ввода данных могут породить недовольство со стороны пользователей. Так как недовольство пользователей может повлиять на стоимость внедрения и потенциальный успех внедрения ERP-системы, важно:

- а) определить возникающие факторы, которые могут вызвать недовольство пользователей;
- б) разработать модель, которая поможет понять последствия, вызванные сложностями внедрения, возникающими из-за ввода данных.

Хотя анализ требований и анализ несоответствия имеют множество преимуществ, они делают некоторые важные неявные предположения и игнорируют ряд важных вопросов.

Оба вида анализа делают некоторые важные предположения, которые должны быть исследованы любой фирмой, использующей их.

Во-первых, оба подхода обычно предполагают, что предпочитаемый пакет программ ERP — это тот, который соответствует большему количеству требований. К сожалению, при этом игнорируются другие точки зрения: возможно, акцент должен делаться не на всех характеристиках, а на модуле (модулях), которые наиболее важны для создания ценности.

Во-вторых, не принимается в расчет степень детализации, особенно когда организация перестает рассматривать степень удовлетворенности ее требований. Таким образом, при подсчетах, сравнивающих, сколько требований выполняется, элемент данных может быть приравнен по важности к целому процессу. В результате простой подсчет удовлетворяемых требований не предоставляет достаточного свидетельства в пользу выбора того или иного пакета программ.

По версии APICS в ERP-системе должны быть реализованы следующие функциональные блоки:

- автоматизации управления производственными ресурсами (Manufacturing Resource Planning – MRPII);
- автоматизации управления цепочками поставок (Supply Chain Management – SCM, в развитие Distribution Resource Planning – DRP);

- автоматизации расширенного объемно-календарного планирования (Advanced Planning and Scheduling – APS);
- автоматизации управления конструкторско-технологической документацией (Product Data Management – PDM);
- автоматизации конечного планирования ресурсов (Finite Resource Planning – FRP);
- электронной коммерции (Electronic Commerce – EC);
- автоматизации управления взаимоотношениями с клиентами (Customer Relationship Management – CRM, ранее – Sales Force Automation – SFA);
- бизнес-аналитики (Business Intelligence – BI);
- конфигурирования системы (Standalone Configuration Engine – SCE).

В данном списке не упоминается финансовый блок, так как он включен в MRPII (Financial Planning).

Минимальный набор блоков ERP-системы, по нашему мнению, должен обеспечивать выполнение ею озвученных выше двух «глобальных» функций. К ним можно отнести: блок финансового учета и планирования, блок MRPII и поддержки всех видов производств, блок управления персоналом, блок управления закупками и блок управления логистикой, а также блоки управления продажами и бизнес-аналитики. При этом блок MRPII и поддержки всех типов производств необходим лишь для автоматизации предприятий промышленного сектора, в остальных отраслях он не используется. Вместе с тем, ряд функциональных блоков имеет довольно четкую корреляцию со спецификой бизнеса конкретной компании, например, блок управления логистикой наиболее востребован на предприятиях, обладающих собственным транспортным подразделением, а блок управления продажами – компаниями, обладающими собственной розничной сетью.

Классические ERP-системы, в отличие от так называемого «коробочного» программного обеспечения, относятся к категории «тяжёлых» программных продуктов, требующих достаточно длительной настройки, для того чтобы начать ими пользоваться. Выбор КИС, приобретение и внедрение, как правило, требуют тщательного планирования в рамках длительного проекта с участием партнёрской компании — поставщика или консультанта. Поскольку КИС строятся по модульному принципу, заказчик часто (по крайней мере, на ранней стадии таких проектов) приобретает не полный спектр модулей, а ограниченный их комплект. В ходе внедрения проектная команда, как правило, в течение нескольких месяцев осуществляет настройку поставляемых модулей.

Рост сложности ERP-систем, вызванный постоянно наращиваемыми функциональными возможностями, в связи с чем также возрастает потенциальная возможность повышать эффективность бизнес-процессов компании за счёт внедрения ERP-систем, делает очень ответственной задачу правильного подбора ERP-систем. В случае неправильного выбора компания рискует потерять существенные средства и время, поэтому для решения этого вопроса, зачастую, организуют специальный проект по выбору КИС с привлечением независимого консультанта.

Современные методики рекомендуют структурированное изучение бизнес-процессов компании и определение критериев для выбора и сравнения предложений, в отличие от устаревшего подхода, основанного преимущественно на сравнении функциональных и технических характеристик систем. Современный взгляд на выбор систем выработан в результате роста количества неудачных внедрений, в которых изучение бизнес-процессов целиком переносилось на этап внедрения и поручалось интегратору, который и осуществлял поставку системы.

Применение ERP-системы позволяет использовать одну интегрированную программу вместо нескольких разрозненных. Единая система может управлять обработкой, логистикой, дистрибуцией, запасами, доставкой, выставлением счетов-фактур и бухгалтерским учётом.

Правильно заложить цели компании и перспективы его дальнейшего успешного развития можно только используя метод проектирования «сверху-вниз». Практика показывает, что создание эффективной информационной управленческой системы стоит дорого, так как практически невозможно учесть весь поток информации, появляющейся в компании. Поэтому каждый разработчик при проектировании ERP-системы сталкивается с проблемой перехода от получения полного объема информации к определенному лимиту.

Основной задачей при проектировании ERP-системы является выбор основного значимого направления для эффективного принятия управленческих решений. Так как на предприятие ежедневно поступают большие объемы информации различного содержания, проектировщику нужно выбрать из

всего этого информационного потока только самую значимую и важную информацию. Естественно, что у каждой компании свои потребности в информационном обеспечении. Поэтому правильное проектирование ERP-системы означает в первую очередь выбор информации, которая является важной для верхних слоев управления, а уже затем проектировщик спускается «вниз». Данный метод рассчитан главным образом на получение первоначально значимой информации, необходимой высшему руководству. Но, как показывает практика проектирования ERP-систем, проектировщики, не вдаваясь в подробности важности поступающей информации, вводят в систему очень много ненужной и избыточной информации, тем самым увеличивая стоимость АСУ.

В итоге из-за недостаточности и полноты получаемой информации страдает менеджмент компании. А руководство компании получает огромные объемы непроанализированной информации, которая значительно замедляет процесс принятия управленческих решений, этому есть множество примеров. Для того, чтобы предприятие при проектировании и внедрении ERP-системы, которая требует значительных затрат, не получало избыточную и неэффективную информацию, нужно при проектировании ERP-системы учитывать главным образом цели компании и, исходя из этого, правильно определить вид и характер поступающей на предприятие информации.

Внедрение ERP-системы стоит немалых денег, сюда входит закупка необходимого оборудования, компьютеров, оплата консультационных услуг и т.д. В связи с этим руководителю предприятия предстоит решить основной вопрос об экономической эффективности внедряемой ERP-системы. Перед руководителем стоит задача сопоставления расходов на автоматизацию бизнес-процессов с итоговыми экономическими результатами проекта.

Решение данной задачи включает в себя ответы на следующие вопросы: какую информацию в конечном итоге получит менеджер, каких потерь это поможет избежать, каким образом добиться максимального увеличения эффективности используемых ресурсов предприятия. Если не решить хотя бы один из этих вопросов, вполне возможно, что затраты на внедрение ERP-системы не оправдают себя или попросту не окупятся.

Для того чтобы избежать возможных неудач, необходимо определять цену включения определенной информации на всех этапах проектирования и внедрения ERP-системы. Но это еще не все. Необходимо решить вопрос экономической эффективности еще при создании прототипа будущей ERP-системы. Наибольшая эффективность от внедрения ERP-системы возможна лишь в том случае, когда на предприятии хорошо выстроена система управления.

То есть основная цель внедрения этих систем сфокусирована на процессах заказчика, а уже потом — на функциональности системы. Современные ERP-системы обладают высокоуровневой и интегрированной средой разработки, в данном случае возможно создание системы, которая в полной мере будет отвечать всем существующим требованиям компании.

### Список литературы

- 1 *О'Лири Д.* ERP-системы. Современное планирование и управление ресурсами предприятия. Выбор, внедрение, эксплуатация. — М.: ООО «Вершина», 2004. — 272 с.
- 2 *Питеркин С.В., Оладов Н.А., Исаев Д.В.* Точно вовремя для России. Практика применения ERP-систем. — 2-е изд. — М.: Альпина Пабlishер, 2010. — 368 с.
- 3 Менеджмент процессов / Под ред. Й. Беккера, Л. Вилкова, В. Таратухина, М. Кугелера, М. Роземанна. — М.: Эксмо, 2008. — 384 с.
- 4 *Гамильтон С.* Управление цепочками поставок с Microsoft Axapta. — М.: Альпина Пабlishер, 2005. — 349 с.

Ә.Ж.Әміров, М.Қ.Баймолдин, Ю.К.Шакирова, Г.Б.Әбілдаева, Н.К.Савченко

### Enterprise Resource Planning — кәсіпорынның ресурстарын жобалау жүйелері

Мақалада кәсіпорынның ресурстарын жобалау жүйелері қарастырылған, сонымен қатар ERP-жүйелерінің сипаттамалары келтірілген. ERP-жүйелерінің ақпараттық технология және бизнес әлеміне әсер ету аспектілері берілген. Басқару шешімдерін тиімді қабылдау үшін ERP-жүйелерін жобалау кезіндегі мәселелер келтірілген. Сонымен қатар реинжиниринг процесіндегі сұрақтар қарастырылған. APICS ұсынысы бойынша, ERP-жүйелерінде іске асырылатын функционалдык блоктар қамтылған. Жүйені енгізуде және өзгертуде ERP-жүйенің мәселелеріне мысалдар келтірілген. Заманауи ERP-жүйелер жоғары деңгейлі және интегралданған өңдеу орталарына ие.

A.Zh.Amirov, M.K.Baimuldin, Yu.K.Shakirova, G.B.Abildaeva, N.K.Savchenko

## Enterprise Resource Planning — system planning resources of enterprise

In article systems oplanning resources of enterprise are considered, is carried out characteristics of ERP system. Aspects ERP system of influence on the world of business and on the world of information technologies are offered. Tasks are offered at Enterprise resource planning design for effective adoption of administrative decisions. Questions in the course of reengineering are also considered. Functional blocks realizing in Enterprise resource planning according to APICS are considered. Examples of problems with ERP systems in introduction and test of changes of system are presented. Modern Enterprise resource planning possess the high-level and integrated environment of development.

### References

- 1 O'Leary D. *Enterprise resource planning. Modern planning and enterprise resource management. Choice, introduction, operation*, Moscow: JSC Vershina, 2004, p. 272.
- 2 Piterkin C.B., Oladov N.A., Isaev D.V. *Just in time for Russia. Practice of use of ERP systems*, 2nd prod., Moscow: Alpina Publisher, 2010, p. 368.
- 3 *Management of processes* / Under the editorship of Y. Becker, L. Vilkov, V. Taratukhin, M. Kugeler, M.Rozemann, Moscow: Eksmo, 2008, p. 384.
- 4 Hamilton S. *Management of chains of deliveries with Microsoft Axapta*, Moscow: Alpina Publisher, 2005, p. 349.

УДК 378:658.336.3

Ю.Н.Антипов<sup>1</sup>, Г.Т.Омаров<sup>2</sup>, Б.К.Шаяхметова<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Калининградский технический университет, Россия;

<sup>2</sup>Карагандинский экономический университет Казпотребсоюза;

<sup>3</sup>Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: kazahzavod@mail.ru)

### Методика преподавания структурного программирования

В статье исследовано структурное программирование — одна из парадигм современной информатики, даны рекомендации по методике преподавания этого метода. Отмечено, что структурный подход является интенсивно развивающимся направлением теоретического и прикладного программирования. Его применение позволяет разрабатывать хорошо структурированные, надежные в эксплуатации, модифицируемые программные системы. Этим объясняется интерес к структурным языкам программирования. С этой точки зрения и исследована методика преподавания структурного программирования.

*Ключевые слова:* структурное программирование, методика преподавания, языки программирования, программные системы, современные технологии, цикл, ветвление, подпрограмма, декомпозиция, процедуры.

Современные потребности образовательных, производственных и коммерческих структур выдвинули программное обеспечение наиболее важных видов деятельности. И с этой точки зрения необходимо изучать различные подходы к составлению программ. Анализ большинства подходов, изучаемых в высшей школе, показал, что наиболее используемым является структурный подход к программированию, который возник в 60–70-е годы XX в. Однако в учебных программах ему уделяется, как нам кажется, неоправданно мало времени — порядка 8–12 ч. Мы хотели бы восполнить этот пробел и в связи с этим изложить методику преподавания названного выше подхода. Создание программ с использованием новых инновационных методов требует смены технической оснащённости методической и содержательной базы учебного процесса. Текущие проблемы компьютерного моделирования приводят к созданию подходов к программированию, более полно отражающих природу моделируемых процессов. Наиболее полно отвечает решению указанных проблем структурный подход к

разработке программных средств, которые способствуют переходу к новой парадигме программирования. Современные научные разработки в области педагогической информатики продиктованы стремлением приблизить содержание преподавания программирования к передовому состоянию науки, найти пути более эффективного внедрения новых информационных технологий в учебный процесс [1].

Структурный подход является интенсивно развивающимся направлением теоретического и прикладного программирования. Его применение позволяет разрабатывать хорошо структурированные, надежные в эксплуатации, модифицированные программные системы. Этим объясняется интерес к структурным языкам программирования. Таким образом, структурный подход к программированию представляет собой совокупность рекомендуемых технологических приемов, охватывающих выполнение всех этапов разработки программного обеспечения.

Здесь же преподаватели, ведущие занятия по информационным дисциплинам, должны будут привести стандартные определения, например: структура программы — искусственно выделенные программистом взаимодействующие части программы. Использование рациональной структуры устраняет проблему сложности разработки; делает программу понятной людям; повышает надежность работы программы при сокращении срока её тестирования и сроков разработки вообще.

Методики, используемые преподавателями и студентами, зависят от комплекса различных факторов, как, например, профессионализм, уровень подготовки студента, техническая обеспеченность и многих других, и, конечно же, уровня информационной подготовленности. Информационная подготовленность — это понимание не только пакета элементарных компьютерных программ, а осознание значимости и огромного потенциала процессов информатизации, познание правовых, социальных, психологических и других аспектов функционирования и практического использования совокупности специальных программ, умения максимально эффективно применить имеющиеся возможности и найти новые пути к преодолению существующих проблем.

Возвращаясь к структурному программированию, необходимо отметить еще одну существенную сторону, которую преподавателям нужно вложить студентам.

Итак, часто некоторую последовательность инструкций требуется повторить в нескольких местах программы. Чтобы программисту не приходилось тратить время и усилия на копирование этих инструкций, в большинстве языков программирования предусматриваются средства для организации. Таким образом, программист получает возможность присвоить последовательности инструкций произвольное имя и использовать это имя в качестве сокращенной записи в тех местах, где встречается соответствующая последовательность инструкций. Подпрограмма — некоторая последовательность инструкций, которая может вызываться в нескольких местах программы. Преподавателю необходимо, чтобы студенты четко знали, что программа представляет собой структуру, построенную из трех типов базовых конструкций:

- последовательное исполнение — однократное выполнение операций в том порядке, в котором они записаны в тексте программы;
- ветвление — однократное выполнение одной из двух или более операций, в зависимости от выполнения некоторого заданного условия;
- цикл — многократное исполнение одной и той же операции до тех пор, пока выполняется некоторое заданное условие (условие продолжения цикла).

В программе базовые конструкции могут быть вложены друг в друга произвольным образом, но никаких других средств управления последовательностью выполнения операций не предусматривается.

Повторяющиеся фрагменты программы (либо не повторяющиеся, но представляющие собой логически целостные вычислительные блоки) могут оформляться в виде т.н. подпрограмм (процедур или функций). В этом случае в тексте основной программы, вместо помещенного в подпрограмму фрагмента, вставляется инструкция вызова подпрограммы. При выполнении такой инструкции выполняется вызванная подпрограмма, а после чего исполнение программы продолжается с инструкции, следующей за командой вызова подпрограммы.

Педагог должен быть уверен, что студенты верно поняли структурное программирование и последовательность составления программ.

Разработка программы ведётся пошагово, методом «сверху вниз». Сначала пишется текст основной программы, в котором вместо каждого связанного логического фрагмента текста вставляется вызов подпрограммы, которая будет выполнять этот фрагмент. Вместо настоящих, работающих подпрограмм в программу вставляются «заглушки», которые ничего не делают. Полученная программа про-

веряется и отлаживается. После того, как программист убедится, что подпрограммы вызываются в правильной последовательности (т.е. общая структура программы верна), подпрограммы-заглушки последовательно заменяются на реально работающие, причём разработка каждой подпрограммы ведётся тем же методом, что и основной программы. Разработка заканчивается тогда, когда не останется ни одной «затычки», которая не была бы удалена. Такая последовательность гарантирует, что на каждом этапе разработки программист одновременно имеет дело с обозримым и понятным ему множеством фрагментов и может быть уверен, что общая структура всех более высоких уровней программы верна. При сопровождении и внесении изменений в программу выясняется, в какие именно процедуры нужно внести изменения, и они вносятся, не затрагивая части программы, непосредственно не связанные с ними. Это позволяет гарантировать, что при внесении изменений и исправлении ошибок не выйдет из строя какая-то часть программы, находящаяся в данный момент вне зоны внимания программиста.

Педагог должен объяснить студентам, обучающимся на факультете по информационным специальностям, что в основе структурного программирования лежит представление программы в виде иерархической структуры блоков, т.е. лежит декомпозиция (разбиение на части) сложных систем с целью последующей реализации в виде отдельных небольших (до 40–50 операторов) подпрограмм. Педагогам необходимо отметить, что, вероятно, наиболее общая тактика программирования состоит в разложении процесса на отдельные действия: функционального описания на подфункции, а соответствующих программ — на отдельные инструкции. На каждом таком шаге декомпозиции нужно удостовериться, что решения частных задач приводят к решению общей задачи; выбранная последовательность отдельных действий разумна; выбранная декомпозиция позволяет получить инструкции, в каком-либо смысле более близкие к языку, на котором будет реализована программа [2].

Опыт показывает, что программы, составленные с помощью структурного программирования, в значительной степени способствуют формированию и развитию интеллектуального потенциала обучаемого совершенствованию форм и содержания учебного процесса, внедрению инновационных методов в обучении и дают возможность разрешать на новом уровне имеющиеся проблемы.

Крупные функции разбиваются на подфункции до достижения подфункции размера модуля — подпрограммы (процедуры или функции) языка программирования, к которым предъявляются особые дополнительные требования. Итак, модуль — фундаментальное понятие и функциональный элемент технологии структурного программирования, или модуль — это подпрограмма, но оформленная в соответствии с особыми правилами. Существует несколько правил, которым должны удовлетворять модули: например, модуль должен иметь один вход и один выход и выполнять строго однозначную функцию, которая описывается простым распространённым предложением естественного (русского) языка или даже предложением без сказуемого, или модуль должен обеспечивать компиляцию, независимую от других модулей, с «забыванием» всех внутренних обозначений модулей. Существуют и другие правила описания модулей.

В понятие структуры программы включаются состав и описание связей всех модулей, которые реализуют самостоятельные функции программы и описание носителей данных, участвующих в обмене как между отдельными подпрограммами, так и вводимые и выводимые с/на внешних устройств. Как известно, сердцевиной современных информационных технологий в сфере образования являются педагогические программы, средства, электронные дидактические пособия, учебно-методические комплексы, обучающие тренажеры, использование которых позволяет преподавателю эффективно спроектировать педагогический процесс и совершенствовать его в дальнейшем. Качественное оформление и удобный интерфейс, оживлённый анимацией, делают процесс обучения более привлекательным, менее рутинным. Использование гипертекста, графики, анимации, аудио- и видеoinформации в содержании позволяет увеличить эффективность и качество преподавания, а наличие различных тестов и практических упражнений повышает объективность и качество контроля знаний. Именно с этой точки зрения необходимо изучать методику преподавания структурного программирования в высшей школе.

Теперь рассмотрим написанный выше материал в разрезе создания и апробирования структурного программирования. Содержание курса, на основе которого изучаются этапы создания программных продуктов для сложных систем, — это системный анализ, который задает общие, верные для всей системы в целом ограничения. Необходимость системного анализа явно проявляется, когда формируется интерфейс программного обеспечения с другими элементами (аппаратурой, персоналом, базами данных).

Содержание данного курса, с помощью которого осуществляется подготовка студентов информационных специальностей к профессиональной деятельности, определено современным уровнем развития программного обеспечения. Для обоснования содержания курса использовался метод экспертных групповых оценок. В качестве экспертов были задействованы квалифицированные специалисты по программному обеспечению, работающие во внедренческих фирмах, и преподаватели вузов. Обработка результатов проводилась с помощью автоматизированной информационной системы анализа логической структуры учебного материала. Проведенное исследование позволило скорректировать и предположить программу курса, отвечающего требованиям, предъявляемым к современному специалисту в области программного обеспечения.

В случае сложной, большой программы необходимо овладеть специальными приемами получения рациональной структуры программы. И здесь преподаватели, ведущие занятия по структурному программированию, должны подчеркнуть, что рациональная структура программы обеспечивает почти двукратное сокращение объема программирования и многократное сокращение объемов и сроков тестирования, а следовательно, принципиально снижает затраты на разработку.

Подчиненность модулей удобно изображать схемой иерархии. Схема иерархии отражает только подчиненность подпрограмм, но не порядок их вызова или функционирование программы. Схема иерархии обычно дополняется расшифровкой функций, выполняемых модулями. Необходимо также акцентировать внимание студентов на том, что до составления схемы иерархии целесообразно составить внешние спецификации программы и составить функциональные описания программы вместе с описанием переменных — носителей данных. Особое внимание надо уделить иерархии типов структурированных данных и их комментированию. Декомпозиция программы на подпрограммы производится по принципу от общего к частному, более детальному. Вообще процесс составления функционального описания и составления схемы иерархии является итерационным. Выбор наилучшего варианта является многокритериальным.

Расчленение должно обеспечивать удобный порядок ввода частей в эксплуатацию.

Возвращаясь к структурному программированию, заметим, что реализация программы (кодирование, сборка, тестирование) должна вестись по разработанному заранее плану и начинаться с верхних модулей схемы иерархии. Недостающие модули нижних уровней заменяются «заглушками», которые представляют собой простейшие подпрограммы: либо без действий; либо выводящие в файл отладки входные данные; либо возвращающие в стоящие выше модули тестовые данные (которые обычно присваиваются внутри «заглушки»); либо содержащие комбинацию этих действий.

Анализ показывает, что такой подход ведет к формированию у студента концептуального мышления будущего специалиста, способного быстро адаптироваться в динамичной изменчивости современного общества, ибо всё чаще работодателю требуется профессионал, готовый к приобретению и способный к быстрой переориентации.

В этом смысле структурный подход к программированию представляет собой как методологию, так и технологию создания программ. В свое время его внедрение обеспечило повышение производительности труда программистов при написании и отладке программ; получение программ, которые состоят из модулей и пригодны для сопровождения; создание программ коллективом разработчиков; окончание создания программы в заданный срок. Надо заметить, что всплеск компьютерных и телекоммуникационных технологий в образовании привел к формированию нового студенчества. Это студенчество воспитано на основе тестирования качества знания и других методов измерения уровня знаний, умений и навыков, что порождает комплекс информационных процессов, в автоматизации которых в вузах используются компьютерная техника и специализированное программное обеспечение. И с этой точки зрения структурный подход к программированию воспринял и использует многие методы из области проектирования сложных технических систем. Среди них блочно-иерархический подход к проектированию сложных систем, стадийность создания программ, нисходящее проектирование, методы оценки и планирования.

Структурный подход рекомендует соблюдать следующие принципы при создании программного изделия [3]:

- модульность программ;
- структурное кодирование модулей программ;
- нисходящее проектирование рациональной иерархии модулей программ;
- нисходящая реализация программы с использованием заглушек;
- осуществление планирования на всех стадиях проекта;
- сквозной структурный контроль программных комплексов в целом и составляющих их модулей.

Методики, используемые преподавателями, зависят от комплекса различных факторов: профессионализма, уровня подготовки студента, технической обеспеченности и многих других, и, конечно, от уровня информационной подготовленности. Поэтому модульность программ характеризуется тем, что вся программа состоит из модулей. Некоторые смысловые группы модулей сосредотачиваются в отдельных файлах. Например, в отдельных файлах (*Unit*) могут быть сосредоточены модули текстового редактора и модули иерархического меню.

Структурное кодирование модулей программ заключается в особом оформлении их текстов. У модуля должен быть легко различимый заголовок с комментарием, поясняющим функциональное назначение модуля. Имена переменных должны быть mnemonicскими. Суть переменных и порядок размещения в них информации должны быть пояснены комментариями, а код модуля закодирован с использованием типовых алгоритмических структур и использованием отступов.

Нисходящее проектирование рациональной иерархии модулей программ заключается в выделении первоначально моделей самого верхнего уровня иерархии, а затем подчиненных модулей.

Нисходящая реализация программы состоит в первичной реализации группы модулей верхних уровней, которые называются ядром программы, и далее постепенно, в соответствии с планом, реализуются модули нижних уровней. Необходимые для линковки программы, недостающие модули имитируются «заглушками».

Осуществление планирования на всех стадиях проекта позволяет первоначально спланировать как состав стадий, так и продолжительность всех этапов работ. Такое планирование позволяет завершить разработку в заданный срок при заданных затратах на разработку. Далее планируются порядок и время интеграции модулей во все расширяющееся ядро. Намечаются мероприятия по тестированию программы от ранних до заключительных этапов.

Сквозной структурный контроль заключается в соблюдении ранее намеченного плана тестирования, который охватывает период от разработки внешних спецификаций, далее внутренних спецификаций и их корректировки в период реализации вплоть до приемо-сдаточных испытаний. Составляющие программу модули тестируются как во время написания их кода, так и при автономном тестировании, инспекции их исходного кода, при тестировании сразу по подключении к ядру.

#### Список литературы

- 1 Шаяхметова Б.К., Омаров Т.Е. О предполагаемых подходах к совершенствованию содержания образования специалистов по информационным системам // Вестн. Караганд. ун-та. Сер. «Педагогика». — 2006, № 1 (41). — С. 92–95.
- 2 Йодан Э. Структурное проектирование и конструирование программ / Э. Йодан; пер. с англ. В.В. Фролова, О.А. Темлицкого / Под ред. Л.Н. Королева. — М.: Мир, 1979. — 360 с.
- 3 Хьюз Дж., Мичтом Дж. Структурный подход к программированию / Хьюз Дж., Мичтом Дж.; пер. с англ. Э.М. Куиру и А.Л. Александрова / Под ред. В.Ш. Кауфмана. — М.: Мир, 1980. — 278 с.

Ю.Н.Антипов, Г.Т.Омаров, Б.К.Шаяхметова

### Құрылымдық бағдарламалауды оқыту әдістемесі

Мақалада қазіргі информатика — құрылымдық бағдарламалау парадигмасының бірі зерттелді. Бұл әдіс сабақ берудің әдістемесі бойымен кепілдемені береді. Құрылымдық көзқарас теоретикалық және қолданбалы бағдарламаның жіті дамуының бағыты болатыны айтылды. Оның қолдануы жақсы құрылымды, сенімді пайдалануды, өңделген бағдарлама жүйелерді жетілдіруіне мүмкіндік береді. Осымен құрылымдық бағдарламалау тілдеріне назар аударуын түсіндіреді. Бұл көзқарас арқылы құрылымдық бағдарламаның оқыту әдістемесі зерттелді.

Yu.N.Antipov, G.T.Omarov, B.K.Shayakhmetova

### The method of structured programming teaching

In the work structured programming was research, one of the paradigms of modern informatics, also were provided some recommendations of teaching this method. States that a structured approach is intensively developing area of theoretical and applied programming. Its application allows to develop a well-structured, reliable in operation, the modified software systems. Therefore, it explains the interest in the structural programming languages. From this viewpoint, methods of teaching structured programming are being explored.



References

- 1 Shayakhmetova B.K., Omarov T.E. Bull. of KarSU. Ser. «Pedagogy», 2006, 1 (41), p. 92–95.
- 2 Yodan E. *Structural design and construction programs* / E. Yodan; trans. from eng. V.V.Frolova, O.A.Temlitskogo: ed. L.N. Koroleva, Moscow: Mir, 1979, 360 p.
- 3 Kh'yuz Dzh., Michtom Dzh. *Structured approach to programming* / Kh'yuz Dzh., Michtom Dzh. trans. from English. E.M. Kuiru and A.L. Alexandrov, ed. V.Sh. Kaufman, Moscow: Mir, 1980, 278 p.

UDC 539.3 +534.1

E.Arinov<sup>1</sup>, N.A.Ispulov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*O.A.Baykonurov Zhezkazgan University;*

<sup>2</sup>*S.Toraygyrov Pavlodar State University (E-mail: arinov91@mail.ru)*

**The voltage concentration in the vicinity of spherical mine workings of deep foundations**

A solution for the determination of voltage concentrations in the vicinity of spherical mine workings of deep foundations is given. A system of differential equations of equilibrium in a spherical coordinate system is used for solving the task. The case of spheroidal deformation in axisymmetric loading is considered.

*Key words:* mining, elastic deformation, movement vectors, differential equations, boundary value problems.

The system of differential equations of equilibrium in a spherical coordinate system has the following form [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial \lambda} + \frac{1}{r} (2\sigma_{11} - \sigma_{22} - \sigma_{33} + \sigma_{12} \operatorname{ctg} \theta) &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial \lambda} + \frac{1}{r} [(\sigma_{22} - \sigma_{33}) \operatorname{ctg} \theta + 3\sigma_{12}] &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial \lambda} + \frac{1}{r} (3\sigma_{13} + 2\sigma_{23} \operatorname{ctg} \theta) &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

where  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) are the components of voltage tensor;  $r, \theta, \lambda$  are the spherical coordinates, and  $r$  is the radius,  $\theta$  is the co latitude,  $\lambda$  is the longitude.

Since gasholder and oil storage are arranged usually among rocks of incompressible material, we use appropriate physics' law that establishes the connection between the components of voltage and strain tensors:

$$\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma = 2G \varepsilon_{ij}, \tag{2}$$

where  $\delta_{ij}$  is the Kronecker sign,  $\sigma$  is the average voltage;  $\varepsilon_{ij}$  is the components of strain tensor;  $G$  is the shear modulus.

The components of the strain tensor and elastic movements are connected by Cauchy correlations in the spherical coordinate system:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial r}, & \varepsilon_{22} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_2}{\partial \theta} + \frac{u_1}{r}; \\ \varepsilon_{33} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_3}{\partial \lambda} + \frac{u_2}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{u_1}{r}; \\ \varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_2}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_1}{\partial \theta} - \frac{u_2}{r} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{13} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial u_3}{\partial r} - \frac{u_3}{r} \right); \\ \varepsilon_{23} &= \frac{1}{2r} \left( \frac{\partial u_3}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_2}{\partial \lambda} - u_3 \operatorname{ctg} \theta \right). \end{aligned} \quad (3)$$

For an incompressible material dilatancy  $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0$ . And using the formula (3) it can be written as

$$\Theta' = -r \frac{\partial u_1}{\partial r} = r(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = \frac{\partial u_2}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_3}{\partial \lambda} + u_2 \operatorname{ctg} \theta + 2u_1. \quad (4)$$

The first of equations (1) is represented as the formula below

$$(\nabla^2 + 2)u_1 + r^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + 4r \frac{\partial u_1}{\partial r} + \frac{r^2}{G} \frac{\partial \sigma}{\partial r} = 0, \quad (5)$$

where the following formula:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}$$

is the Beltrami differential operator [2].

From the last two equations (1) we have the formula:

$$\nabla^2 \sigma - G \nabla^2 \frac{\partial u_1}{\partial r} - r^2 G \frac{\partial^3 u_1}{\partial r^3} - 6rG \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} - 6G \frac{\partial u_1}{\partial r} = 0. \quad (6)$$

We take the solutions of equations (5) and (6) as given below:

$$u_1 = \sum_{m=v}^{\infty} u_{10m}(r) P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda; \quad (7)$$

$$\sigma = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{0n}(r) P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda, \quad (8)$$

where  $P_n^m(\cos \theta)$  is the Legendre function of the first type of the factual argument  $x = \cos \theta$  ( $n$  is the power,  $m$  is the order of this function). Substituting (7) and (8) into (6) and taking into consideration the identity [3]:

$$\nabla^2 P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda = -n(n+1) P_n^m(\cos \theta) \cos m\lambda,$$

We have the following formula without index  $m$

$$\sigma_0(r) = \frac{G}{rn(n+1)} \left\{ -r^3 \frac{d^3 u_{10}(r)}{dr^3} - 6r^2 \frac{d^2 u_{10}(r)}{dr^2} + r[n(n+1) - 6] \frac{du_{10}(r)}{dr} \right\}. \quad (9)$$

Substituting the equation (9) into (5), we have

$$\begin{aligned} r^4 \frac{d^4 u_{10}(r)}{dr^4} + 8r^3 \frac{d^3 u_{10}(r)}{dr^3} + [12 - 2n(n+1)] \times r^2 \frac{d^2 u_{10}(r)}{dr^2} - \\ - 4rn(n+1) \frac{du_{10}(r)}{dr} + [n^2(n+1)^2 - 2n(n+1)] u_{10}(r) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

This is the Euler equation of the fourth rate [4].

The last two equations (1) have the following form:

$$\begin{aligned} r^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial u_2}{\partial r} = -2 \frac{\partial u_1}{\partial \theta} - r \frac{\partial^2 u_1}{\partial r \partial \theta} - \frac{r}{G} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sigma + 2G \frac{\Theta'}{r} - 2 \frac{G}{r} u_1 \right) + \frac{2}{\sin \theta} \frac{\partial \chi}{\partial \lambda}, \\ r^2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial u_3}{\partial r} = -2 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_1}{\partial \lambda} - \frac{r}{\sin \theta} \frac{\partial^2 u_1}{\partial r \partial \lambda} - \\ - \frac{r}{G \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \sigma + 2G \frac{\Theta'}{r} - 2 \frac{G}{r} u_1 \right) - 2 \frac{\partial \chi}{\partial \theta}, \end{aligned}$$

where the quantity

$$\chi = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_3}{\partial \theta} + u_3 \operatorname{ctg} \theta - \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_2}{\partial \lambda} \right),$$

corresponds the radial component of the vector's rotor displacement and characterizes the rotation of element which is normal to the radius relatively to the radial axis.

In the case of ax symmetric loading, the value of  $\chi_0$  and torsional deformation are absent. Thus we have the case of spheroidal deformation.

In this case, the system of differential equations of equilibrium (1) considering (4), (7), (8) and also the representation of displacement  $u_2$  in the form

$$u_2 = u_{20}(r) \frac{dP_n(\cos\theta)}{d\theta},$$

reduced to the system of two ordinary differential equations of Euler - homogeneous (10) and inhomogeneous:

$$r^2 \frac{d^2 u_{20}(r)}{dr^2} + 2r \frac{du_{20}(r)}{dr} = \frac{1}{n(n+1)} \times \left[ r^3 \frac{d^3 u_{10}(r)}{dr^3} + 6r^2 \frac{d^2 u_{10}(r)}{dr^2} + 6r \frac{du_{10}(r)}{dr} \right]. \quad (11)$$

Particular solutions of the Euler equation (12) is in the form of

$$u_{10}(r) = r^\rho. \quad (12)$$

Substituting (18) into (12), we have the characteristic equation

$$\rho^4 + 2\rho^3 - (1 + 2n^2 + 2n)\rho^2 - 2\rho(1 + n^2 + n) + n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n = 0.$$

The roots of this equation

$$\rho_1 = n + 1; \quad \rho_2 = n - 1; \quad \rho_3 = -n; \quad \rho_4 = -n - 2.$$

The two first roots correspond internal task, the two last roots correspond the external marginal tasks.

The general solution of equation (10) has the form

$$u_{10}(r) = C_1 r^{n+1} + C_2 r^{n-1} + C_3 r^{-n} + C_4 r^{-n-2}, \quad (13)$$

where  $C_1, C_2, C_3, C_4$  — are arbitrary constants of integration.

In the case of an ax symmetric task for the determination of  $u_{20}(r)$  it is sufficient to find a particular solution of the inhomogeneous equation (11), since the right-hand side of this equation includes defined function  $u_{10}(r)$ , which depends on four arbitrary constants of integration.

Solving the internal and external marginal tasks in the ax symmetric case the required quantities contain four arbitrary constants of integration.

We define the expression on the right part of equation (11) taking into consideration (13). We find the partial derivatives of function (21) and substitute them into equation (11). Then we have:

$$r^2 \frac{d^2 u_{20}(r)}{dr^2} + 2r \frac{du_{20}(r)}{dr} = A_1 r^{n+1} + A_2 r^{n-1} + A_3 r^{-n} + A_4 r^{-n-2}, \quad (14)$$

where

$$A_1 = C_1 \frac{(n+2)(n+3)}{n}; \quad A_2 = C_2(n-1); \quad A_3 = -C_3 \frac{(n-1)(n-2)}{n+1}; \quad A_4 = -C_4(n+2). \quad (15)$$

Particular solution of equation (14) can be found as follows:

a) If  $n \geq 2$ , then the decision will be

$$u_{20}(r) = B_1 r^{n+1} + B_2 r^{n-1} + B_3 r^{-n} + B_4 r^{-n-2}, \quad (16)$$

where  $B_1, B_2, B_3, B_4$  — are undetermined coefficients.

Differentiating (16) and substituting in equation (14), using (15) we have

$$B_1 = C_1 \frac{(n+3)}{n(n+1)}; \quad B_2 = \frac{C_2}{n}; \quad B_3 = -C_3 \frac{(n-2)}{n(n+1)}; \quad B_4 = -\frac{C_4}{(n+1)};$$

б) If  $n = 1$ , then equation (14) considering (15) takes the form

$$r^2 \frac{d^2 u_{20}(r)}{dr^2} + 2r \frac{du_{20}(r)}{dr} = 12C_1 r^2 - 3C_4 r^{-3}. \quad (17)$$

The characteristic equation corresponding to (17) of the inhomogeneous differential equation have the roots:  $k_1 = 0$ ;  $k = -1$ .

The general solution will be  $[u_{20}(r)]_1 = C_2 + C_3 r^{-1}$ .

We define a particular solution of the inhomogeneous equation (17) in the form

$$[u_{20}(r)]_2 = Ar^2 + Br^{-3}. \quad (18)$$

Substituting (18) into (17), we have  $A = 2C_1$ ,  $B = -\frac{1}{2}C_4$ . Then the general solution of the inhomogeneous equation (17) will be  $u_{20}(r) = 2C_1r^2 + C_2 + C_3r^{-1} - \frac{1}{2}C_4r^{-3}$ ;

c) The case  $n = 0$  was considered earlier [5].

According to Cauchy relations (3) we find the components of the strain tensor, the generalized Hooke's law (the components of voltage tensor). To determine the arbitrary constants of integration the boundary conditions should be used.

#### References

- 1 Лурье А.И. Теория упругости. — М., 1970. — С. 939.
- 2 Власов В.З. Избранные труды. — М., 1962. — С. 528.
- 3 Егоров А.К., Еришибаев У.Д. Бифуркационные колебания Земли и явление георезонанса как «спускового механизма» будущих землетрясений // Новости науки Казахстана. — Алматы, 2004. — Вып. 2 (81). — С. 152–158.
- 4 Смирнов В.И. Курс высшей математики. — Т. 2. — М.; Л., 1952. — С. 627.
- 5 Аринов Е. Устойчивость деформирования подкрепленных горных выработок. — Алматы, 1998. — С. 132.

Е.Аринов, Н.А.Испулов

### **Терең орналасқан сфера түріндегі тау-кен тұтқыр маңайындағы кернеулердің шоғырлануы**

Терең орналасқан сфера түріндегі тау-кен тұтқыр маңайындағы кернеулердің шоғырлануын анықтау есептерінің шешімдері берілген. Есепті шешу үшін сфералық координаталар жүйесінде дифференциалдық тендеулер жүйесі қолданылды. Ось симметриялы жүктеуде сфероидалды сығылу жағдайы қарастырылды.

Е.Аринов, Н.А.Испулов

### **Концентрация напряжений в окрестности горных выработок сферической формы глубокого заложения**

В статье дано решение для определения концентраций напряжения в окрестности горных выработок сферической формы глубокого заложения. Для решения задачи использована система дифференциальных уравнений равновесия в сферической системе координат. Рассмотрен случай сфероидальной деформации при осесимметричном нагружении.

#### References

- 1 Lurie A.I. *Theory of Elasticity*, Moscow, 1970, p. 939.
- 2 Vlasov V.Z. *Selected Works*, Moscow, 1962, p. 528.
- 3 Egorov A.K., Ershibaev U.D. *News Science of Kazakhstan*, Almaty, 2004, MY, 2 (81), p. 152–158.
- 4 Smirnov V.I. *Course of Higher Mathematics*, Moscow; Leningrad, 1952, p. 627.
- 5 Arinov E. *Stability deformation supported by mine workings*, Almaty, 1998, p. 132.

Р.И.Допира

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail:ritadopira@mail.ru)*

## Разработка стиля Web-приложения

При разработке Web-приложения большое внимание уделяется дизайну и интерфейсу страниц. Автором приведены атрибуты тегов и события JavaScript, используемые для создания эффектов. В статье описано поэтапное создание стиля.

*Ключевые слова:* web-программирование, CSS, JavaScript, jQuery.

Перед началом создания Web-приложения стоит придумать макет или шаблон. Например, при создании электронного Web-ресурса сайт и электронный учебник схожи по структуре и интерфейсу, во многих Web-студиях рисуют макеты в графическом редакторе. Этим занимается Web-дизайнер, однако, несмотря на то, что он только рисует, он ещё обязан знать систему построения Web-ресурсов, разбираться в языке, чтобы не помешать и не запутать в дальнейшем Web-программиста при «конвертировании» рисунка в *html*-страницу, а именно соблюдать юзабилити, или удобство использования интерфейса.

Самый популярный и самый простой макет Web-приложения — это макет, состоящий из заголовка, расположенного вверху, навигационного меню, которое может располагаться как слева, так и справа обтекающего его содержания, а также расположенных внизу копирайтов.

Другой вид макета схож с первым, но содержание можно разбить на большее количество блоков, за счёт этого удобнее читать, так как содержание расположено по центру. Добавочный блок в основном служит для вторичного меню, краткого описания открытой темы или уточнения автора. Не исключено и использование автором собственного макета.

Одним из способов организации макета *Web*-приложения является блочная конструкция. Возможно расставлять *div*-блоки хаотично, вне зависимости от окружающего элемента. Данный вариант макета не может обойтись без стилей. Сложности возникают, когда автор не распределяет стили в каскадной таблице по мере заполнения *html*-страницы, а раскидывает вразброс, отсюда усложняется редактирование. Если создаются стили под каждый элемент *Web*-приложения, то размер файла со стилями увеличивается, и легкий вес *div*-блочной конструкции теряет свою актуальность. При прописывании стилей в самих тегах будет много ошибок при валидации кода.

При создании блока (будь-то табличный или *div*-блок) по умолчанию текст прилегает к краям. Для его выравнивания или передвижения в пределах блока используются методы: выставление атрибутов внутри тега; задание стиля для блочного элемента.

Для каждого тега существуют свои атрибуты, не более пятнадцати. Также атрибут одного тега может встречаться в атрибутах другого тега, из-за чего часто бывают ошибки с выставлением атрибута одного тега другому. Рассмотрим самые основные атрибуты для тегов двух структурных видов. Для табличного «*td*» используются атрибуты:

- *abbr*, который задает краткое описание содержимого ячейки;
- *align*, который определяет выравнивание содержимого ячейки по горизонтали;
- *bgcolor*, который задает цвет фона ячейки;
- *char*, который выравнивает содержимое ячейки по заданному символу;
- *charoff*, который смещает содержимое ячейки относительно заданного символа;
- *colspan*, который объединяет горизонтальные ячейки;
- *nowrap*, который запрещает перенос строк;
- *valign*, который задает выравнивание содержимого ячейки по вертикали;
- *dir*, который задает направление и отображение текста — слева направо или справа налево.

Для тега «*th*» перечисленные атрибуты соответственные. Для блочного «*div*» внутри используется только атрибут «*align*» и тот, который записывается чаще всего в стилевой файл каскадной таблицы стилей.

Как для табличного, так и для блочного тегов используются одни и те же свойства стилей:

- *position* — задает позицию как объекта внутри блока, так и самого блока в документе и может также зафиксировать его положение, игнорируя прокрутку;

- *visibility* — это свойство предназначено для отображения или скрытия элемента блока, включая рамку вокруг него и фон. При скрытии элемента, хотя он и становится не виден, место, которое элемент занимает, остается за ним;
- *vertical-align* — свойство выравнивает элемент по вертикали относительно своего родителя, окружающего текста или ячейки таблицы;
- *text-align* — это свойство выравнивает элемент по горизонтали, также относительно своего родителя;
- *text-decoration* — это свойство добавляет оформление текста в виде его подчеркивания, перечеркивания, линии над текстом и мигания. Одновременно можно применить более одного стиля, перечисляя значения через пробел. Является альтернативным способом форматирования текста;
- *text-indent* — это свойство устанавливает величину отступа первой строки блока текста. Воздействия на все остальные строки он не оказывает и является альтернативой тегу «р» форматирования текста;
- *text-overflow* — это свойство определяет параметры видимости текста в блоке, если текст целиком не помещается в заданную область;
- *text-shadow* — это свойство добавляет тень к тексту, а также устанавливает её параметры: цвет тени, смещение относительно надписи и радиус размытия;
- *padding* — это свойство устанавливает значение полей вокруг содержимого элемента. Поле называется расстояние от внутреннего края рамки элемента до воображаемого прямоугольника, ограничивающего его содержимое;
- *margin* — это свойство устанавливает величину отступа от каждого края элемента. Отступом является пространство от границы текущего элемента до внутренней границы его родительского элемента;
- *opacity* — это свойство определяет уровень прозрачности элемента *html*-страницы. При частичной или полной прозрачности через элемент проступает фоновый рисунок или другие элементы, расположенные ниже полупрозрачного объекта;
- *list-style* — это универсальное свойство, позволяющее одновременно задать стиль маркера, его положение, а также изображение, которое будет использоваться в качестве маркера;
- *font* — это универсальное свойство, которое позволяет одновременно задать несколько характеристик шрифта и текста. Надо отметить, что такие свойства, как *font* и ему подобные, являющиеся свойствами для форматирования текста, имеют свои подсвойства для точности. В основное свойство можно прописать сразу все значения, относящиеся к его подсвойствам через пробел;
- *color* — это свойство определяет цвет текста внутри блока. Может задаваться RGB-значения, HEX-значениями, а также обычными названиями цвета, к примеру: *red, yellow, blue* и т.д. [1].

Во время разработки дизайна вместе со стилями используется *JavaScript* для создания эффектов некоторым элементам *html*-страницы. *JavaScript* — это прототипно-ориентированный сценарный язык программирования, но используемое в языке прототипирование обуславливает отличия в работе с объектами по сравнению с традиционными класс-ориентированными языками. Огромное количество *Web*-страниц сделано с использованием сценариев, и сайты без них кажутся блеклыми и скучными. Конечно, нет смысла оспаривать важность текстового содержания для любой *html*-страницы, однако использование *JavaScript* не только улучшит подачу материала, но и сделает страницу более запоминающейся [2].

Рассмотрим стилистику *html*-страницы с использованием *jQuery*. *jQuery* — это *JavaScript*-библиотека, фокусирующаяся на взаимодействии *JavaScript*, *HTML* и *CSS*.

Основные функции данной библиотеки:

- умеет обращаться к любому элементу *DOM* (объектной модели документа) и не только обращаться, но и манипулировать ими;
- умеет работать с событиями;
- легко осуществляются различные визуальные эффекты;

- умеет работать с AJAX (очень полезная технология, позволяющая общаться с сервером без перезагрузки страницы);
- имеет огромное количество JavaScript-плагинов, предназначенных для создания элементов пользовательских интерфейсов [3].

Для использования данной библиотеки нужно ее прежде скачать бесплатно с сайта разработчика и подключить к Web-приложению, а именно встроить код в страницу, где используется эта библиотека. Для этого в *html* существует тег `<script>`, который и отвечает за подключение внешних файлов и скриптов.

Достоинства данной библиотеки:

- *кроссбраузерность*. Это основное преимущество JavaScript, так как у него много разных синтаксисов. Чего стоят хотя бы способы работы с Ajax. Во всех браузерах работа эта организована по-разному. С jQuery все единообразно; использовать его становится очень просто, достаточно написать одну строку кода. Многие задачи, которые решаются на JavaScript, небольшими функциями на jQuery решаются одной строкой. Особенно если мы говорим о визуальных эффектах;
- *производительность*. Конечно, существует множество других фреймворков, которые делают примерно то же самое, но jQuery — самый быстрый из них;
- *общедоступность и распространение*. На данный момент jQuery используют Яндекс и Google. И скачать ее можно с их серверов;
- наличие не большого, а просто огромного количества плагинов для jQuery. Одних только фотгалерей больше ста, диалоговые окна, экранные лупы, виртуальные клавиатуры, тултипы, балуны и многое другое [4].

Нельзя забывать, что для создания динамичности JavaScript связан с CSS (каскадная таблица стилей) и сырой код скрипта не может быть вписан в *html*-страницу, он попусту не будет работать, так как он пишется непосредственно для стиля, после чего стиль придает тегу эффект. Чаще они задаются не через «class», а через «id».

Создаем *html*-страницу с подключенной библиотекой jQuery, собственный скрипт и файл со стилями (рис. 1). Вписываем небольшой макет с открывающимися блоками при нажатии определенной кнопки. Всего блоков три. Как показано на рисунке, для каждой кнопки мы пишем событие *onclick*, это событие языка JavaScript, которое прописывается внутри тега. Как для тега *button*, так и для других тегов, выражающих динамику страницы и переход по гиперссылкам, имеется множество внутри-теговых JavaScript событий. Вот основные из них:

- *onblur* — потеря фокуса;
- *onchange* — изменение значения элемента формы;
- *onclick* — щелчок левой кнопкой мыши на элементе;
- *ondblclick* — двойной щелчок левой кнопкой мыши на элементе;
- *onfocus* — получение фокуса;
- *onload* — документ загружен;
- *onmousedown* — нажата левая кнопка мыши;
- *onmousemove* — перемещение курсора мыши;
- *onmouseout* — курсор покидает элемент;
- *onmouseover* — курсор наводится на элемент;
- *onmouseup* — левая кнопка мыши отпущена;
- *onreset* — форма очищена;
- *onselect* — выделен текст в поле формы;
- *onsubmit* — форма отправлена;
- *onunload* — закрытие окна [2, 3].

```

1 <!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Transitional//EN"
  "http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-transitional.dtd">
2 <html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml">
3   <head>
4     <title>Эффекты с использованием библиотеки jQuery</title>
5     <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8" />
6     <link rel="stylesheet" type="text/css" href="style.css">
7     <script type="text/javascript" src="jquery-1.2.6.js"></script>
8     <script type="text/javascript" src="script.js"></script>
9   </head>
10  <body>
11    <p><h3><b>Эффекты jQuery</b></h3></p>
12    <div id="ef1">1</div>
13    <div id="ef2">2</div>
14    <div id="ef3">3</div>
15    <button onclick="addEffect1()">Эффект Show()</button>
16    <button onclick="addEffect2()">Эффект SlideDown()</button>
17    <button onclick="addEffect3()">Эффект Animate()</button>
18  </body>
19 </html>

```

Рисунок 1. Подключение библиотеки jQuery

Далее создаем файл со стилями (рис. 2) и задаем свойства для них и с удобными для нас значениями для отображения.

```

1 @charset "utf-8";
2 /* CSS Document */
3 #ef1, #ef2, #ef3 {
4   width:120px; /*ширина*/
5   height:100px; /*высота*/
6   float:left; /*обтекание*/
7   background:#aaa; /*фон*/
8   margin:15px; padding:30px; /*внешние и внутренние отступы*/
9   color:#000; /*цвет текста*/
10  display:none; /* целостность блока (видимость)*/
11  border:3px solid #123123; border-radius:5px;
12  -webkit-border-radius:5px; -moz-border-radius:5px; /*стиль краев блока*/
13  text-shadow:1px 1px 2px white; /*тень текста*/
14  box-shadow:0 0 5px black; -webkit-box-shadow:0 0 5px black;
15  -moz-box-shadow:0 0 5px black; /*тень блока*/
16 }
17 /* Стили прописаны */

```

Рисунок 2. Вид стилевого файла

После создания файла со стилями мы приступаем непосредственно к созданию JS-файла с необходимыми для работы функциями JavaScript (рис. 3).

```

1 // JavaScript Document
2 function addEffect1() {
3   $("#ef1:hidden").show();
4 }
5 function addEffect2() {
6   $("#ef2:hidden").slideDown("slow");
7 }
8 function addEffect3() {
9   $("#ef3:hidden").show().animate( {
10     fontSize:"36px"
11   } , 3000 );
12 }

```

Рисунок 3. Вид Javascript-файла

Конечный результат невозможно показать на картинке, так как он имеет динамичность. В итоге получилось три блока с тремя разными эффектами при нажатии на соответствующую кнопку. Рассмотрим подробнее функции в JS-файле:

- функция `addEffect1()` видит `$` (знак доллара) и понимает, что это jQuery, затем она видит `("#ef1:hidden")` и понимает, что ей нужно найти элемент с `id="ef1"`, обладающий свойством



hidden (невидимый). Далее она видит `.show()` и понимает, что найденный элемент надо сделать видимым;

- функция `addEffect2()` видит `$` (знак доллара) и понимает, что это jQuery, затем она видит (`"#ef2:hidden"`) и понимает, что ей нужно найти элемент с `id="ef2"`, обладающий свойством `hidden` (невидимый). Далее она видит `.slideDown("slow")` и понимает, что найденный элемент надо медленно (`"slow"`) отобразить сверху-вниз (`slideDown`);
- функция `addEffect3()` видит `$` (знак доллара) и понимает, что это jQuery, затем она видит (`"#ef3:hidden"`) и понимает, что ей нужно найти элемент с `id="ef3"`, обладающий свойством `hidden` (невидимый). Далее она видит `.show()` и понимает, что найденный элемент надо сделать видимым. Затем она видит `.animate( {fontSize:"36px"} , 3000 )` и понимает, что размер шрифта нужно за 3 секунды (3000) увеличить до 36 пикселей (`fontSize:"36px"`).

Загрузка Web-приложения осуществляется с индексной страницы. Это страница, с которой пользователь может получить быстрый доступ к темам со страницы, которая даст возможность представить Web-приложение, а также какие темы в него включены.

Для оригинальности, а также для более стильного и современного представления разработана индексная страница в стиле Modern. Этот стиль интерфейса, вышедший недавно на обзор всему миру и который рекламировали везде и всегда вместе с операционной системой Windows 8. Ранее этот стиль интерфейса назывался Metro. Данный стиль очень актуален, он обладает красочным интерфейсом.

В наше время широко распространены планшетные персональные компьютеры, имеющие разные операционные системы, аппаратную часть и программное обеспечение, несколько отличающееся от ПО настольного компьютера. Все большее число людей читают книги именно на планшетных ПК. Учитывая это, Web-приложение разрабатывается как кроссплатформенное, обеспечивающее легкость и удобство чтения. Данная возможность стиля является главным его достоинством, выделяющим его из многообразия.

Структура как индексной страницы, так и остальных страниц табличная. При визуальной оценке она будет выглядеть из трех строк с вложенными таблицами, однако множество блоков-таблиц будут независимыми от целой таблицы, так как методом их распределения является позиционирование. В первой строке основная рассматриваемая тема, вторая и основная строка являются центром внимания, здесь будут располагаться Modern-блоки с названиями тем и их кратким описанием, появляющимся при наведении курсора.

Блоки с темами — основа стиля Modern, поэтому все визуальные эффекты будут применены к ним. Так как Web-приложение имеет шесть тем, то количество блоков соответствует данному числу. Распределение же блоков выставлено по центру. JavaScript-эффект при наведении плавный, с тридцатипроцентной прозрачностью и тенью (рис. 4). Краткая информация темы появляется также при наведении курсора, к тому же стоит отметить, что выравнивание появляющейся краткой информации обратно пропорционально выравниванию названия темы, а также расположению блока. Исключением являются средние блоки, параметры выравнивания текста в них относительно расположению блока. Данный эффект выполняется при помощи свойства *visibility* с указанием значения при неактивности — *hidden*, при наведении — *visible*.

Создается стилевой файл под названием *modernstyle.css*, в котором будут располагаться только параметры стилей, прописанные в индексной странице. Для создания фона (во второй основной строке) прописывается *div*-блок с параметрами ширины блока (100 %), фонового цвета (в том случае если по какой-либо причине прописанный в блок фон перестанет отображаться), позиционирования (фиксированная позиция с выравниванием к левому верхнему краю) и наложения слоя (для корректного отображения значение слоя -1, так как располагается в самом начале кода и по умолчанию значение слоя равно нулю). Сам же фон расположен между тегами *div*. Остальная конструкция состоит, как уже описывалось, из трех строк, но лишь визуально, на самом же деле Modern-блоки расположены по центру страницы, они не зависят от других таблиц, так как применен уже описанный ранее фиксированным позиционированием. В итоге получается, что на самом деле строк две (верхняя и нижняя), нижняя, которая также располагается благодаря фиксированному позиционированию с привязкой к нижнему краю экрана. Столь сложная и неудобная на первый взгляд структура страницы создана для кроссбраузерности, т.е. для максимально корректной работы во всех браузерах разных платформ, так как основными достоинствами позиционирования являются его наличие в версиях CSS 2.0, 2.1 и 3, поддержка всеми браузерами без дополнительных приставок.

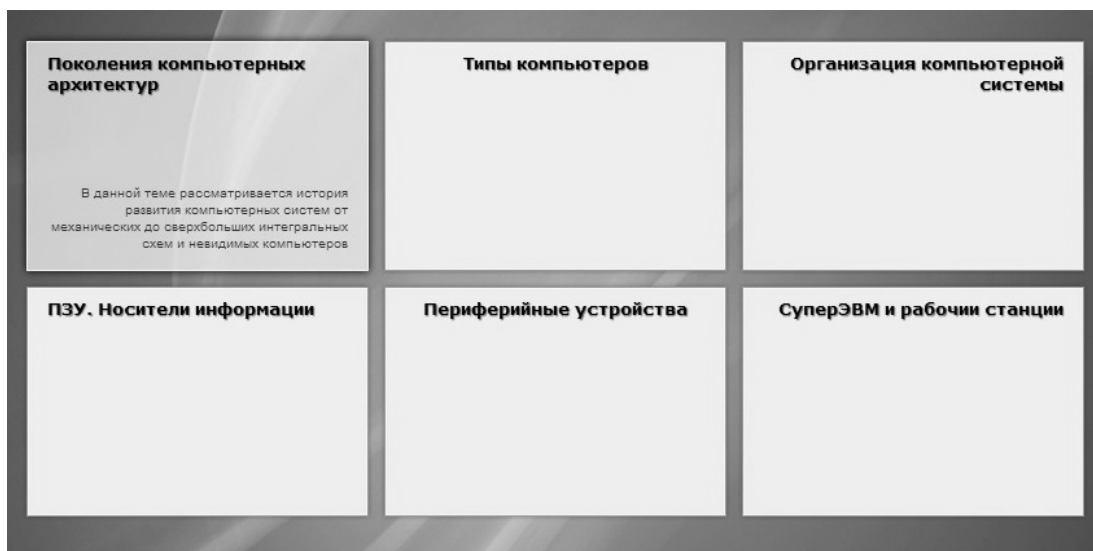


Рисунок 4. Блочная конструкция индексной страницы

Несмотря на столь плавный градиентный переход от одного цвета к другому, эффект появления текста при наведении достигается обычными стилями, без JavaScript. Скрытие текста при неактивности ссылки (рис. 5) достигается выставлением значения *hidden* (скрытый) в свойстве *visibility*. Это свойство отвечает за видимость элемента, т.е. всего блока. Несмотря на это сам блок виден.

```
/* Эффекты для блоков метро */
a.button div.view-block-metro, .button div.view-block-metro, a.button div.view-block-metro1, .button div.view-block-metro1,
a.button div.view-block-metro2, .button div.view-block-metro2 {
  visibility:hidden;
}
```

Рисунок 5. Скрытие текста при помощи свойств CSS

Хитрость заключается в том, что текст находится во вложенном блоке, поэтому скрыт целый блок с текстом, и чтобы не было видно блока при наведении курсора, его параметры фона и границ заданы не были. За появление блока с текстом в Modern-блоке отвечает значение *visible* (рис. 6).

```
a.button:hover div.name-block-metro div.view-block-metro, .button:hover div.name-block-metro div.view-block-metro {
  visibility: visible;
  font:10px Arial, Helvetica, sans-serif;
  text-align:right; color:#333; text-shadow:none;
  padding-top:70px; display:block;
}
a.button:hover div.view-block-metro1, .button:hover div.view-block-metro1 {
  visibility: visible;
  font:10px Arial, Helvetica, sans-serif;
  text-align:justify; color:#333; text-shadow:none;
  padding-top:85px; display:block;
}
a.button:hover div.view-block-metro2, .button:hover div.view-block-metro2 {
  visibility: visible;
  font:10px Arial, Helvetica, sans-serif;
  text-align:left; color:#333; text-shadow:none;
  padding-top:70px; display:block;
}
```

Рисунок 6. Отображение блоков при наведении курсора с помощью свойств CSS

Тень и граница при активности ссылки достигаются выставлением значений для свойства *box-shadow* (тень элемента/блока/таблицы). С данным свойством работать сложнее, так как у него проблемы с кроссбраузерностью, однако эта проблема решается добавлением к свойству вендорного префикса, обозначающего, что данное свойство будет работать только в определенном браузере (рис. 7). Эти префиксы также работают со свойствами *border-radius*, *background-size*, *background-clip*,

*background-origin*, *radial-gradient* и др. Как видно на рисунке, для корректного отображения данного свойства в разных браузерах были дописаны префиксы *-webkit-*, *-moz-* и *-khtml-*. Префикс *-webkit-* дает понять браузеру, что данное свойство будет работать только в браузерах Chrome и Safari, *-moz-* — для браузеров от Mozilla, а префикс *-khtml-* работает лишь в среде KDE UNIX-платформ. Стоит помнить, что свойство *box-shadow* некорректно работает в браузере Internet Explorer, из-за чего приходится применять специальные параметры, распознаваемые лишь этим браузером.

```

a.button, .button {
  -webkit-box-shadow:
    0 0 5px rgba(0, 0, 0, 0.28),
    inset 0 1px 0 rgba(255, 255, 255, 0.45), inset 0px -1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45),
    inset 1px 0px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45), inset -1px 1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45);
  -moz-box-shadow:
    0 0 5px rgba(0, 0, 0, 0.28),
    inset 0 1px 0 rgba(255, 255, 255, 0.45), inset 0px -1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45),
    inset 1px 0px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45), inset -1px 1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45);
  -khtml-box-shadow:
    0 0 5px rgba(0, 0, 0, 0.28),
    inset 0 1px 0 rgba(255, 255, 255, 0.45), inset 0px -1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45),
    inset 1px 0px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45), inset -1px 1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45);
  box-shadow:
    0 0 5px rgba(0, 0, 0, 0.28),
    inset 0 1px 0 rgba(255, 255, 255, 0.45), inset 0px -1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45),
    inset 1px 0px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45), inset -1px 1px 0px rgba(255, 255, 255, 0.45);
  filter: progid:DXImageTransform.Microsoft.Glow(color=#cccccc, strength=1);
  -ms-filter: "progid:DXImageTransform.Microsoft.Glow(color=#cccccc, strength=1)";
  -webkit-transition: all 0.4s; transition: all 0.4s;
  /* простые параметры */
  text-decoration: none; color: #000 !important; text-shadow: 1px 1px 1px rgba(0, 0, 0, 0.55);
  font: bold 16px/16px "klavika-web", "Helvetica Neue", Helvetica, Arial, Geneva, sans-serif;
  background:#eee; float: left; width:232px; height:160px; padding: 8px 15px; border: 1px solid #999;
}
a.button:hover, .button:hover {
  background: url(../fons/modernblockfon.png) no-repeat;
  filter: progid:DXImageTransform.Microsoft.Shadow(ShadowColor=#000000, Strength=1, Direction=150);
  -ms-filter: "progid:DXImageTransform.Microsoft.Shadow(ShadowColor=#000000, Strength=1, Direction=150)";
}

```

Рисунок 7. Разновидность вендорного префикса для правильного отображения одного и того же элемента в разных браузерах

В стиле используется свойство *filter*, как без, так и с вендорным префиксом, значения которого означают цвет, величину области и направленность теней соответственно тому, как показано на рисунке 7. Изменение фона при наведении также описано на рисунке 7, свойство *background* — с указанием фоновой картинки без повтора.

Независимость Modern-блока от содержимого текста или элемента достигается свойством *display* со значением *block*, что указывает на приоритет выставленных ширины и высоты блока и определяет, как элемент должен быть показан в документе. При выставлении данного свойства блок с шириной в пятьсот пикселей и высотой в двести пикселей будет отображаться точно с такими же значениями ширины и высоты, независимо от того, есть ли внутри элемента текст или вложенный элемент. Главная страница приобрела вид некоей программы, в которой нет лишних картинок и кнопок, имеющей особую цветовую гамму, не превышающую использование более 3 основных и 3 дополнительных цветов. Наблюдается некая симметрия макета, отсутствие переполнения, что также является наиболее оптимальным видом для лучшего восприятия. Минимальное использование миниатюрных тематических картинок (иконок) способствует сосредоточенности и легкости использования, так как вместо указательных и тематических картинок используются символы мнемоники, что также облегчает использование страницы браузером, не теряя времени на загрузку дополнительных элементов макета. Для создания описанной структуры макета использовалось минимальное количество Java-скриптов, так как это было бы причиной долгой загрузки страниц, что является недоработанностью и акцентированием внимания автора не на содержании, а на изящности шаблона, что неприемлемо.

### Список литературы

- 1 *Белицкий А.* Полный справочник по CSS и HTML. — Изд-во «Webformymself», 2012. — 452 с.
- 2 Интернет-портал JavaScript.ru // <http://javascript.ru/book>
- 3 *Вагнер Ричард, Вайк Аллен.* JavaScript. Энциклопедия пользователя. Изд-во «ДиаСофт», 2001. — 464 с.
- 4 *Шевчук Антон.* jQuery для всех // [ЭР]. Режим доступа: <http://anton.shevchuk.name/jquery/>

Р.И.Допира

### Web-қосымшаның стилін құру

Web-қосымшаны құру кезінде парактың интерфейсіне және дизайнына көп назар бөлінді. Автор эффектілер құру үшін қолданылатын тегтердің атрибуттарын және JavaScript оқиғаларын келтірді. Мақалада стильді құру кезендері кеңінен сипатталды.

R.I.Dopira

### Development of style Web-application

When developing Web-based applications much attention is paid to design and interface pages. The author cites the tag attributes and events JavaScript, which were used to create effects. The article describes the steps for creating a style.

### References

- 1 Belitsky A. *The Complete Reference CSS and HTML*, Publisher: «Webformymself», 2012, 452 p.
- 2 *Internet portal JavaScript.ru* // <http://javascript.ru/book>
- 3 Wagner Richard, Allen Vike. *JavaScript. Encyclopedia user*, Publisher: «DiaSoft», 2001, 464 p.
- 4 Shevchuk Anton. *jQuery for all* // [ER]. Access mode: <http://anton.shevchuk.name/jquery/>

А.Р.Ешкеев

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова;  
РГКП «Институт прикладной математики» КН МОН РК, Караганда (E-mail: modth1705@mail.ru)

## Йонсоновские множества и их некоторые теоретико-модельные свойства

Исследования, проведенные в данной статье, связаны с описанием теоретико-модельных свойств некоторых, вообще говоря, неполных классов теорий, которые являются подклассом индуктивных теорий. Эти теории хорошо изучаются и в алгебре, и в теории моделей. Они называются йонсоновскими. Для изучения этих теорий вводится новый подход исследования. А именно, на подмножествах семантической модели йонсоновской теории выделяются особые множества, которые во-первых, являются реализациями некоторой экзистенциальной формулы, а во-вторых, замыкание этих множеств дает нам основное множество некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели семантической модели. Помимо этого развивается техника для изучения центральных орбитальных типов.

*Ключевые слова:* йонсоновское множество, форкинг, алгебраическое замыкание, определимое замыкание, центральный тип, орбитальный тип.

Наши научные интересы связаны с описанием теоретико-модельных свойств некоторых, вообще говоря, неполных классов теорий, которые являются подклассом индуктивных теорий. Эти теории хорошо изучаются и в алгебре, и в теории моделей.

Как правило, мы всегда имеем дело с двумя объектами:

- 1) йонсоновской теорией и
- 2) классом ее экзистенциально-замкнутых моделей.

Хорошо известно, что совершенные йонсоновские теории достаточно удобны для теоретико-модельных исследований. Практически, в случае совершенности, мы можем сказать, что с помощью семантического метода мы можем дать определенное описание указанных выше объектов (йонсоновской теории и класса ее экзистенциально-замкнутых моделей).

Это позволяет нам предположить, что было бы интересно научиться выделять у произвольной теории ее фрагмент, который будет йонсоновской теорией. Такой подход нетривиален, хотя бы из-за того, что у произвольной теории множество ее универсально-экзистенциальных следствий не обязательно является йонсоновской теорией.

С другой стороны, для любой теории в некоторых специальных обогачениях всегда можно добиться, во-первых, йонсоновости, а затем и ее совершенности. Как минимум, это выполняется для таких операций, как скулемизация и морлизация. Причем в обоих случаях класс экзистенциально-замкнутых моделей полученных йонсоновских теорий совпадает с классом этих моделей первоначальных теорий [1].

Морлизация и скулемизация — это действия, примененные к рассматриваемой теории.

В данной статье предлагается идея рассмотрения нового подхода к подмножествам некоторой модели, который позволяет, во-первых, расширить семантический аспект и, во-вторых, перенести многие идеи из техники полных теорий для йонсоновских фрагментов, что само по себе обобщает рассматриваемую проблематику и ставит новые задачи.

Сделаем следующие договоренности:

1. В данном проекте рассматриваются только совершенные йонсоновские теории, полные для экзистенциальных предложений.
2. В данном проекте рассматриваются только классы экзистенциально-замкнутых моделей изучаемых теорий.
3. В случае структуры предполагается, что это модель некоторой сигнатуры.

Естественно, когда мы говорим о произвольной сигнатуре (языке) без теории, пункт 1) из указанных выше договоренностей не имеет значения.

Следующий подход к определению реляционной структуры некоторой сигнатуры хорошо известен. Он позволяет рассматривать только предикатные сигнатуры. Например, как в случае с морлизацией.

Начнём с определения реляционной структуры сигнатуры некоторой йонсоновской теории. Определяя семейства определимых подмножеств структуры, мы будем следовать терминологии и обо-

значениям из [2], но в [2] все определения даны для полных теорий, мы же будем работать с йонсоновскими теориями и их позитивными обобщениями.

Реляционная структура  $M = \langle M, (B_i)_{i \in I} \rangle$  состоит из (непустого) множества  $M$  и семейства подмножеств  $(B_i)_{i \in I}$  из  $\bigcup_{n>1} M^n$ , причём каждое  $(B_i)$  является подмножеством некоторого  $M^{n_i}, n_i \geq 1$ . Добавим дополнительное условие, что одно из множеств  $(B_i)$  является диагональю множества  $M^2$ . Все  $B_i$  называются атомными подмножествами  $M$ .

Пусть  $M = \langle M, (B_i)_{i \in I} \rangle$  — реляционная структура. Введём понятие семейства определимых подмножеств структуры  $M$ , обозначаемого  $Def(M)$ . Это наименьшее семейство подмножеств в  $\bigcup_{n>1} M^n$  со следующими свойствами.

Для каждого  $i \in I$  выполнено включение  $B_i \in Def(M)$ .

Множество  $Def(M)$  замкнуто относительно конечных булевых комбинаций, т.е. из включений  $A, B \subseteq M^n, A, B \in Def(M)$  следует, что  $A \cup B \in Def(M), A \cap B \in Def(M)$  и  $M^n \setminus A \in Def(M)$ .

Множество  $Def(M)$  замкнуто относительно декартова произведения, т.е. из включений следует, что  $A \times B \in Def(M)$ .

Множество  $Def(M)$  замкнуто относительно проекции, т.е. если  $A \subseteq M^{n+m}, A \in Def(M)$ , то  $\pi_n(A)$  — проекция множества  $A$  на  $M^n, \pi_n(A) \in Def(M)$ .

Множество  $Def(M)$  замкнуто относительно специализации, т.е. если  $A \in Def(M), A \subseteq M^{n+k}$  и  $\bar{m} \in M^n$ , то  $A(\bar{m}) = \{ \bar{b} \in M^k : (\bar{m}, \bar{b}) \in A \} \in Def(M)$ .

Множество  $Def(M)$  замкнуто относительно перестановки координат, т.е. если  $A \in Def(M)$ , а  $\sigma$  — перестановка множества  $1, \dots, n$ , то  $\sigma(A) = \{ (a_{\sigma(1)}, \dots, a_{\sigma(n)}) \mid (a_1, \dots, a_n) \in A \} \in Def(A)$ .

Скажем теперь, что  $S \subseteq M^n$  — атомное подмножество, если

$$S = \{ (a_1, \dots, a_n) \in M^n \mid M \models \varphi(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m) \}$$

для некоторой атомарной формулы  $\varphi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m})$  и некоторого  $\bar{b} \in M^m$ . Мы говорим, что подмножество  $S$  определено с параметрами  $\bar{b}$  или над  $\bar{b}$ .

Скажем теперь, что  $D \subseteq M^n$  — определимое подмножество  $L$ -структуры  $M$ , если существуют  $\bar{b} \in M^m$  (здесь  $\bar{b}$  может быть пустым) и формула  $\varphi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m})$  такие, что

$$D = \{ (a_1, \dots, a_n) \in M^n \mid M \models \varphi(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m) \}.$$

Если  $\bar{b} \subseteq B$ , то мы говорим, что  $D$  определимо с параметрами из  $B$  (или над  $B$ ) или что  $D$  определяется формулой с параметрами из  $B$ .

Ясно, что определимые множества в этом смысле — не что иное, как  $Def(M)$  для реляционной структуры  $\langle M, (A_i)_{i \in I} \rangle$ , где в качестве  $A_i$  взяты все атомные определимые множества.

Пусть  $T$  — йонсоновская совершенная теория, полная для экзистенциальных предложений в языке  $L$ . Фиксируем её семантическую модель  $C$ , насыщенную в очень большой мощности  $\aleph$  (в частности,  $\aleph$  много больше мощности языка). Условимся, что в дальнейшем все рассматриваемые модели  $M, N, \dots$  теории  $T$  будут экзистенциально-замкнутыми подструктурами большой модели  $C$  мощности меньше, чем  $\aleph$ . Все рассматриваемые подмножества  $A, B, D, \dots$  будут подмножествами в  $C$  мощности меньше  $\aleph$ .

Отметим ещё один полезный факт: если  $f$  — автоморфизм структуры  $C$ , оставляющий на месте все элементы множества  $A, f \in Aut_A(C)$ , то  $f$  заведомо переводит в себя каждое  $A$ -определимое подмножество и потому переводит в себя и все полные типы над  $A$ , ввиду насыщенности семанти-

ческой модели  $C$ . Верно и обратное: если  $\bar{c}, \bar{d} \in C^n$ , то  $tp(\bar{c}/A) = tp(\bar{d}/A)$ , если и только если существует такое  $f \in \text{Aut}_A(C)$ , что  $f(\bar{c}) = \bar{d}$ .

В насыщенной модели полные  $n$ -типы над  $A$  в точности соответствуют орбитам  $n$ -ок элементов при автоморфизмах, фиксирующих  $A$  поэлементно. Так как теория полна для экзистенциальных предложений в языке  $L$ , то это верно и для экзистенциальных типов.

Пусть  $L$  — язык, который с этого момента предполагается счетным. Далее пусть  $T$  — йонсоновская совершенная теория, полная для экзистенциальных предложений в языке  $L$ , а  $C$  — её семантическая модель. Сохраняется соглашение, что все рассматриваемые множества и модели теории  $T$  имеют строго меньшую мощность, чем  $C$ .

Пусть  $A \subseteq C$ . Фиксируем некоторое  $n \geq 1$  и рассмотрим семейство  $\text{Def}_A^n$  всех  $A$ -определимых подмножеств над  $C^n$ . Отождествим данное определимое подмножество в  $C^n$  и определяющую его формулу  $\varphi(\bar{x}, \bar{a})$ , где  $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ , а  $\bar{a}$  — кортеж элементов из  $A$  (две различные формулы могут определять то подмножество, но мы рассматриваем формулы с точностью до эквивалентности в  $C$  в очевидном смысле).

Семейство  $\text{Def}_A^n$  является булевой алгеброй относительно обычных операций пересечения, объединения и дополнения. Полный  $n$ -тип над  $A$  — то же самое, что ультрафильтр в этой булевой алгебре. Пространство полных  $n$ -типов над  $A$ , обозначаемое  $S_n(A)$ , — это пространство Стоуна, соответствующее булевой алгебре  $\text{Def}_A^n$ . Введём на  $S_n(A)$  (обычную) топологию, в которой открытую базу составляют множества  $\langle \varphi(\bar{x}, \bar{a}) \rangle = \{p \in S_n(A) \mid \varphi(\bar{x}, \bar{a}) \in p\}$ .

Мы рассматриваем счётный язык  $L$  и йонсоновские совершенные теории, полные для экзистенциальных предложений в языке  $L$ , и их семантические модели  $C$  в этом языке и другие модели (классы экзистенциально-замкнутых моделей рассматриваемых теорий).

Если  $M$  — модель теории  $T$ , а  $\varphi$  — формула языка  $L$ , то будем использовать следующее обозначение:  $\varphi(M) = \{m \in M^n \mid M \models \varphi(m)\}$ .

Множество  $S$  будем называть  $0$ -определимым, если оно  $(\varphi) \emptyset$ -определимо (определимо без параметров).

Множество всех полных типов над  $A$  обозначим через  $S(A)$ , т.е.  $S(A) = \bigcup_{n \geq 1} S_n(A)$ .

Насыщенные модели йонсоновской теории ( $\kappa$  — насыщенные модели мощности  $\kappa$ ) однозначно определяются своей мощностью. Но они могут и не существовать без определённых теоретико-множественных допущений типа обобщённой континуум гипотезы. С другой стороны, есть разные способы избежать теоретико-множественные трудности такого сорта. Например, предполагать стабильность или ослаблять понятие семантической модели, как в [1]. Поэтому предполагаем, что мы избавились от всех вопросов о существовании семантической модели.

Далее удобно работать внутри семантической модели  $C$  йонсоновской теории  $C$ , содержащей все остальные.

В дальнейшем любое множество параметров  $A$  считается подмножеством в  $C$ . Модель  $M$  — это такое подмножество  $C$ , которое является носителем экзистенциально-замкнутой подструктуры. Это означает, что любая  $L(M)$ -экзистенциальная формула  $\varphi(x)$ , выполнимая в  $C$ , выполняется и на некотором элементе из  $M$ . Параметры формул в дальнейшем всегда принадлежат  $C$ , и мы пишем  $\models \varphi(c)$ , если  $C \models \varphi(c)$ .

*Лемма 1.* Определимое множество  $D$  определимо над множеством  $A$ , если и только если оно инвариантно относительно всех автоморфизмов модели  $C$ , оставляющих на месте каждый элемент из  $A$ . (Назовём их автоморфизмами над  $A$ .)

Отсюда следует, что определенное замыкание  $dcl(A)$  множества  $A$ , т.е. множество всех элементов, определенных над  $A$ , совпадает с множеством элементов, инвариантных относительно всех автоморфизмов над  $A$ .

Элемент  $b$ , содержащийся в конечном  $A$ -определимом множестве, называется алгебраическим над  $A$ . Отсюда следует, что элемент  $b$  алгебраичен над  $A$ , если и только если он имеет лишь конечное число сопряжённых над  $A$ .

Множество  $acl(A)$ , состоящее из всех элементов, алгебраических над  $A$ , назовём алгебраическим замыканием множества  $A$ .

*Ранг Морли.* Пусть теория  $T$  та же, что выше, а  $C$  — её семантическая модель.

Мы хотим приписать каждому определённому множеству  $D$  порядковое число (или, возможно,  $-1$ , или  $\infty$ ) — его ранг Морли, обозначаемый через  $MR$ . Сначала определим отношение  $MR(D) \geq a$  посредством рекурсии по ординалу  $\alpha$ .

*Определение 1.*  $MR(D) \geq 0$ , если и только если множество  $D$  пусто;

$MR(D) \geq \lambda$ , если и только если  $MR(D) \geq a$  при всех  $\alpha < \lambda$  ( $\lambda$  — предельный ординал);

$MR(D) \geq a + 1$ , если и только если в  $D$  существует бесконечное семейство  $(D_i)$  попарно непересекающихся определенных подмножеств, такое что  $MR(D_i) \geq a$  при всех  $i$ .

Тогда ранг Морли множества  $D$  равен  $MR(D) = \sup\{\alpha \mid MR(D) \geq a\}$ , причём будем считать, что  $MR(\emptyset) = -1$  и  $MR(D) = \infty$ , если  $MR(D) \geq a$  для всех  $\alpha$  (в последнем случае будем говорить, что  $D$  не имеет ранга). Заметим, что смысл соотношения  $MR(D) \geq a$  не изменился.

Частные случаи: определенное множество имеет ранг  $-1$ , если оно пусто; ранг  $0$ , если оно конечно; ранг  $1$ , если оно бесконечно, но не содержит бесконечного семейства непересекающихся бесконечных определенных подмножеств.

*Лемма 2.* Справедливо соотношение  $MR(D_1 \cup D_2) = \max(MR(D_1), MR(D_2))$ .

Степень Морли  $md(D)$  класса  $D$ , имеющего ранг Морли  $\alpha$ , — это максимальная длина  $d$  его разложения  $B = D_1 \cup \dots \cup D_d$  на непересекающиеся множества ранга  $\alpha$ .

Компоненты  $D_i$  в таком разложении однозначно определены (mod  $a$ ).

В случае ранга  $0$  степень множества  $D$  — это просто число его элементов. Если множество не имеет ранга, то не определена и степень Морли этого множества.

Сильно минимальное множество — это множество ранга  $1$  и степени  $1$ .

Множество  $D$  сильно минимально, если и только если оно бесконечно и каждое его определенное подмножество конечно либо коконечно в  $D$ .

*Форкинг.* Дадим аксиоматически задание форкинга.

Пусть  $M$  —  $\exists$ -насыщенная экзистенциально-замкнутая модель мощности  $k$  ( $k$  — достаточно большой кардинал) йонсоновской теории  $T$  ( $\exists$ -насыщенность означает насыщенность относительно экзистенциальных типов). Пусть  $A$  — класс всех подмножеств  $M$ ;  $P$  — класс всех  $\exists$ -типов (не обязательно полных), пусть  $JNF \subseteq P \times A$  — некоторое бинарное отношение. Мы накладываем на  $JNF$  следующие аксиомы:

*Аксиома 1.* Если  $(p, A) \in JNF$ ,  $f: A \rightarrow B$  — автоморфизм  $M$ , то  $(f(p), f(A)) \in JNF$ .

*Аксиома 2.* Если  $(p, A) \in JNF$ ,  $q \subseteq p$ , то  $(q, A) \in JNF$ .

*Аксиома 3.* Если  $A \subseteq B \subseteq C$ ,  $p \in S^J(C)$ , то  $(p, A) \in JNF \Leftrightarrow (p, B) \in JNF$  и  $(p \upharpoonright B, A) \in JNF$ .

*Аксиома 4.* Если  $A \subseteq B$ ,  $dom(p) \subseteq B$ ,  $(p, A) \in JNF$ , то  $\exists q \in S^J(B)$ , ( $p \subseteq q$  и  $(q, A) \in JNF$ ).

*Аксиома 5.* Существует кардинал  $\mu$  такой, что если  $A \subseteq B \subseteq C$ ,  $p \in S^J(B)$ ,  $(p, A) \in JNF$ , то  $|\{q \in S^J(C) : p \subseteq q \text{ и } (q, A) \in JNF\}| < \mu$ .

*Аксиома 6.* Существует кардинал  $\rho$  такой, что  $\forall p \in P, \forall A \in A$ , если  $(p, A) \in JNF$ , то  $\exists A_1 \subseteq A$ ,  $(|A_1| < \rho \text{ и } (p, A_1) \in JNF)$ .

*Аксиома 7.* Если  $p \in S^J(A)$ , то  $(p, A) \in JNF$ .

Классическое понятие форкинга принадлежит Шелаху.



Множество формул  $\{\varphi(\bar{x}, \bar{a}_i) : i < k\} = p$  называется  $k$ -несовместным для некоторого положительного целого  $k$ , если каждое конечное подмножество  $p$  мощности  $k$  несовместно, т.е.  $\models \neg \bar{x}(\varphi(\bar{x}, \bar{a}_{i_1}) \wedge \dots \wedge \varphi(\bar{x}, \bar{a}_{i_k}))$  для каждого  $i_1 < \dots < i_k < k$ .

Частичный тип  $p$  делится над множеством относительно  $k \in \omega$ , если существует формула  $\varphi(\bar{x}, \bar{a})$  и последовательность  $\langle \bar{a}_i : i \in \omega \rangle$  такая, что:

- 1)  $p \mid \neg \varphi(\bar{x}, \bar{a})$ ;
- 2)  $tp(\bar{a} / A) = tp(\bar{a}_i / A)$  для всех  $i$ ;
- 3)  $\{\varphi(\bar{x}, \bar{a}_i) : i \in \omega\}$   $k$ -несовместно.

Также  $p$  делится над  $A$ , если  $p$  делится над  $A$  относительно некоторого  $k$ . Кроме того,  $p$  форкуется над  $A$  в  $T$ , если существуют формулы  $\varphi_1(\bar{x}, \bar{a}_0), \dots, \varphi_n(\bar{x}, \bar{a}_n)$  такие, что:

- (i)  $p \models \bigvee_{0 \leq i \leq n} \varphi_i(\bar{x}, \bar{a}_i)$ ;
- (ii)  $\varphi_i(\bar{x}, \bar{a}_i)$  делится над  $A$  для каждого  $i$ .

Следующий результат дает возможность применять все свойства форкинга для полных теорий в классе указанных выше йонсоновских теорий.

*Теорема 1.* Пусть  $T$  — совершенная йонсоновская теория, полная для  $\exists$ -предложений. Тогда следующие условия эквивалентны:

- отношение  $JNF$  удовлетворяет аксиомам 1–7 относительно теории  $T$ ;
- $T^*$  стабильна и для любых  $p \in P$ ,  $A \in A$   $((p, A) \in JNF \Leftrightarrow p$  не форкуется над  $A$ ).

Пусть  $T$  — йонсоновская теория,  $S^J(X)$  — множество всех экзистенциальных полных  $n$ -типов над  $X$ , совместных с  $T$ , для каждого конечного  $n$ .

Мы говорим, что йонсоновская теория  $T$   $J-\lambda$ -стабильна, если для любой  $T$ -экзистенциально-замкнутой модели  $A$ , для любого подмножества  $X$  множества  $A$   $|X| \leq \lambda \Rightarrow |S^J(X)| \leq \lambda$ .

*Теорема 2.* Пусть  $T$  — полная для экзистенциальных предложений совершенная йонсоновская теория,  $\lambda \geq \omega$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

- $T$   $J-\lambda$ -стабильна;
- $T^*$   $\lambda$ -стабильна, где  $T^*$  — центр теории  $T$ .

Пусть  $T$  — произвольная йонсоновская теория сигнатуры  $\sigma$ ;  $C$  — ее семантическая модель;  $A$  — подмножество модели  $C$ ;  $P$  — новый одноместный предикатный символ. Рассмотрим в сигнатуре  $\sigma_P(A) = \sigma_A \cup \{P\}$  следующую (вообще говоря, неполную) теорию:

$$T_P^J(A) = Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) \mid a \in A\} \cup \{''P \subseteq ''\},$$

где  $\{''P \subseteq ''\}$  — бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа  $P$  — это экзистенциально-замкнутая подмодель в сигнатуре  $\sigma$ . Требование экзистенциальной замкнутости от подмодели существенно в том смысле, что она не должна быть конечной. Через  $S_P^J$

обозначим множество всех  $\exists$ -пополнений теории  $T_P^J(A)$ . Пусть  $\lambda$  — произвольный кардинал.

Йонсоновская теория  $T$  называется йонсоновской  $P-\lambda$ -стабильной (в дальнейшем  $J-P-\lambda$ -стабильной), если  $|S^J(X)| \leq \lambda$  для любого множества  $A$  мощности  $\leq \lambda$ .

Йонсоновская теория  $T$  называется  $J-P$ -стабильной, если  $T$  является  $J-P-\lambda$ -стабильной для некоторого  $\lambda$ .

Пусть  $A, B$  — экзистенциально-замкнутые модели йонсоновской теории  $T$  и выполняется включение  $A \subseteq B$ . Пусть  $\sigma_P = \sigma \cup \{P\}$ . И интерпретация одноместного предикатного символа  $P$  в  $B$  есть  $A$ .

Модель  $(A, B)$  называется йонсоновской элементарной парой теории  $T$ .

Теорией йонсоновских элементарных пар называется теория  $T_p^J$  класса  $K$ , где  $K$  — множество всех йонсоновских элементарных пар теории  $T$ .

*Лемма 3.* Если  $T$  — совершенная йонсоновская теория, то  $T_p^J(A)$  — совершенная йонсоновская теория.

*Теорема 3.* Пусть  $T$  — совершенная йонсоновская  $\exists$ -полная теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) центр теории  $T$   $P$ - $\lambda$ -стабилен (в смысле полной теории);
- 2) теория  $T$   $J$ - $P$ - $\lambda$ -стабильна.

*Следствие.* Пусть  $T$  — несчетно-категорическая йонсоновская  $\exists$ -полная теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1) теория йонсоновских элементарных пар  $T_p^J$  является  $\exists$ -полной теорией;
- 2) теория элементарных пар центра теории  $T$  полна (в смысле полной теории).

В этом пункте  $T$  есть  $J$ - $\omega$ -стабильная, полная для экзистенциальных предложений, совершенная йонсоновская теория.

Пусть  $A$  — подмножество в  $B$ , а  $p$  — тип над  $A$ . Нефоркующееся расширение (НФР)  $q$  типа  $p$  — это тип над  $B$ , который является расширением типа  $p$  и имеет тот же ранг.

Если  $q$  является НФР типа  $q \upharpoonright A$ , то будем говорить, что тип  $q$  не форкуется над  $A$ .

Частные случаи: пусть, как и выше, тип  $q$  — расширение типа  $p$ . Тогда тип  $p$  алгебраичен, если и только если тип  $q$  алгебраичен и является его НФР. Если тип  $p$  имеет ранг 1, то тип  $q$  является его НФР, если и только если он не алгебраичен.

Тип  $p \in S(A)$  стационарен, если он имеет ровно одно НФР над любым множеством, содержащим  $A$ .

*Лемма 4* (транзитивность и монотонность). Пусть дана цепь типов  $p \subset q \subset r$ . Тогда  $r$  является НФР типа  $p$ , если и только если  $r$  — НФР типа  $q$ , а  $q$  — НФР типа  $p$ .

*Лемма 5* (непрерывность). Пусть  $B$  — множество параметров,  $q \in S(B)$ , и  $A$  — некоторое подмножество в  $B$ .

1. Тип  $q \in S(B)$  не форкуется над некоторым конечным подмножеством  $B_0$  в  $B$ . При этом  $B_0$  можно выбрать таким образом, чтобы тип  $q$  был единственным НФР над  $B$  типа  $q \upharpoonright B_0$ .

2. Если тип  $q \in S(B)$  форкуется над  $A$ , то существует такое конечное подмножество  $B_0$  в  $B$ , что тип  $q \upharpoonright A \cup B_0$  форкуется над  $A$ .

Если тип  $tp(a / AB)$  не форкуется над  $A$ , то будем говорить, что  $a$  и  $B$  независимы над  $A$  и обозначать это следующим образом:  $a \perp_A B$ .

*Теорема 4* (симметрия). Из условия  $a \perp_A b$  следует, что  $b \perp_A a$ .

Симметрия и монотонность позволяют распространить понятие независимости с конечных множеств на произвольные, не теряя его основных свойств. Множество  $B$  не зависит от  $C$  над  $A$  (обозначение:  $B \perp_A C$ ), если все конечные подмножества в  $B$  не зависят от  $C$  над  $A$ .

*Следствие.* Типы над  $acl(A)$  не форкуются над  $A$ .

Пусть  $p$  — некоторый тип над моделью  $M$ , а  $q$  — его расширение над некоторым множеством  $B$ . Назовём  $q$  наследником типа  $p$ , если для каждой  $M$ -формулы  $\varphi(x, \bar{b})$  из  $q$  найдётся такой кортеж  $\bar{m}$  в  $M$ , что  $\varphi(x, \bar{m}) \in p$ . Назовём  $q$  конаследником, если каждая формула  $\varphi(x, \bar{b}) \in q$  реализуется в  $M$ . Легко показать без ограничений на  $T$ , что каждый тип  $p$  имеет наследника и конаследника над  $B$ .

*Теорема 5* (наследники и конаследники). Пусть  $p$  — некоторый экзистенциальный тип над экзистенциально-замкнутой моделью  $M$ , а  $q$  — его экзистенциальное расширение над некоторым множеством  $B$ . Тогда следующие утверждения равносильны.

Тип  $q$  является наследником типа  $p$ .

Тип  $q$  является конаследником типа  $p$ .

Тип  $q$  является НФР типа  $p$ .

*Центральные орбитальные типы.*

В данном пункте статьи мы сразу перейдем к позитивному случаю и рассмотрим аналогичные вопросы для центральных типов позитивных обобщений йонсоновских теорий. В случае  $\Delta - PJ$ -теории мы имеем следующие определения в связи с обогащением сигнатуры.

Пусть  $T$  есть произвольная  $\Delta - PJ$ -теория в языке первого порядка сигнатуры  $\sigma$ . Пусть  $C$  является семантической моделью теории  $T$ .  $A \subseteq C$ .  $Let \sigma_{\Gamma}(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$ , где  $\Gamma = \{P\} \cup \{c\}$ .

Пусть  $T_{\Gamma}^{PJ}(A) = Th_{\forall\exists^+}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c_a) \mid a \in A\} \cup \{P(c)\} \cup \{P \subseteq\}$ , где  $\{P \subseteq\}$  есть бесконечное множество предложений, выражающих тот факт, что интерпретация символа  $P$  есть экзистенциально-замкнутая подмодель в языке сигнатуры  $\sigma$ . Рассмотрим все пополнения теории  $T^*$  для теории  $T$  в языке сигнатуры  $\sigma_{\Gamma}$ , где  $\Gamma = \{c\}$ . Так как  $T^*$  является  $\Delta - PJ$ -теорией, она имеет свой центр, и мы обозначим его через  $T^c$ . При ограничении теории  $T^c$  до сигнатуры  $\sigma$  теория  $T^c$  становится полным типом. Этот тип мы и назовем центральным типом теории  $T$ . Заметим, что все семантические модели элементарно эквивалентны между собой. В силу этого и совершенности теории определение центрального типа корректно.

Далее мы рассмотрим на языке понятий чистой пары понятие указанного выше центрального типа и, соответственно, теоретико-модельные понятия (например, стабильности и НФР) в связи с этим.

Следующие определения даны для центральных типов позитивных обобщений йонсоновских теорий ( $\Delta - PJ$ -теорий). Ясно, что в случае позитивной йонсоновской теории (даже когда теория не является йонсоновской) все предыдущие определения для йонсоновских теорий согласованы и корректны в силу определения ее семантической модели.

Подход к типам через автоморфизмы насыщенной модели известен давно, но это определялось, во-первых, для полных типов и для полных теорий.

В нашем случае мы имеем дело с центральными типами (они полны) позитивных йонсоновских теорий, которые, вообще говоря, не полны. Понятие чистой пары было введено Т.Г. Мустафиным для монстр-модели некоторой полной теории. Мы вместо монстр-модели переходим к семантической модели некоторой позитивной йонсоновской теории ( $\Delta - PJ$ -теории) и далее рассмотрим ее группу автоморфизмов.

Соответственно, основной идеей данного пункта статьи является переопределить все понятия, введенные Т.Г. Мустафиным для орбитальных типов в [3], на язык центральных орбитальных типов и затем получить соответствующие результаты на языке чистой пары соответствующей йонсоновской теории.

Дадим определение некоторых важных теоретико-модельных понятий на языке чистой пары  $(A, G)$ , где  $A$  — некоторые подмножества семантической модели, а  $G$  — группа автоморфизмов семантической модели.

Пусть  $(A, G)$  — произвольная чистая пара  $X \subseteq A$ .

1.  $G_x \triangleq \{g \in G : \forall x \in X (g(x) = x)\}$ . Очевидно, что  $G_x \subseteq G$ .

2. Если  $Y \subseteq A$ , то  $G_x(Y) \triangleq \{g(Y) : g \in G_x\}$ . Если  $Y = \{a\}$ , то будем использовать запись  $G_x(a)$ .  $G_x(Y)$  называется  $G_x$  орбитой  $Y$ .

3. Если  $0 < n < \omega$ , то  $0^n(X) \triangleq \{G_x(\bar{a}) : \bar{a} \in A^n\}$ .

4.  $acl(X) \triangleq \{a \in A : |G_x(a)| < \omega\}$ .

5. Последовательность  $E = \langle \bar{e}_i : i < A \rangle$  конечных последовательностей (кортежей) одной и той же длины назовем неразличимой над  $X$ , если:

а)  $\bar{e}_i \neq \bar{e}_j$  для всех  $i < j < a$ ;

б) для любой последовательности  $\langle i_k : k < m < \omega \rangle$  индексов, такой что  $i_k < i_s \Leftrightarrow k < s$  для любых

$k, s \leq m$ , существует  $g \in G_x$ , такое что  $g \left( \langle e_k : k \leq m \rangle \right), \langle e_i : k \leq m \rangle$ .

6. Если  $(I; <)$  — линейно упорядоченное множество индексов, то последовательность  $E = \langle \bar{e}_i : i \in I \rangle$  назовем неразличимой над  $X$ , если для любого  $I_0 \subseteq I$ , такого что  $ord \langle I_0 \rangle = \omega$ ,  $E = \langle e_i : i \in I_0 \rangle$  является неразличимой над  $X$  последовательностью.

7. Множество  $E = \langle \bar{e}_i : i \in I \rangle$  последовательностей одной и той же длины назовем неразличимой над  $X$ , если:

а)  $\bar{e}_i \neq \bar{e}_j$  при  $i \neq j$ ;

б) для любых  $F, D \subseteq E$ , таких что  $|F| = |D| < \omega$ , и любой биекции  $\psi : F \rightarrow D$  существует  $g \in G$  такое, что  $\psi \in g$ .

8. Если  $X \subseteq Y$ ,  $p \in O^n(Y)$ , то  $p$  будем называть:

а) расщепляющей над  $X$ , если существуют такие  $\bar{a}, \bar{b} \in Y$ , что  $G_x(\bar{a}) = G_x(\bar{b})$ , но для любого  $\bar{c} \in pG_{x \cup c}(\bar{a}) \cap G_{x \cup c}(\bar{b}) = \bar{c} \in p(\varphi)$ ;

б) строго расщепляющей над  $X$ , если существует такая неразличимая над  $X$  бесконечная последовательность  $E = \langle \bar{a}_i : i < \omega \rangle$  в  $A$ , что  $\bar{a}_0, \bar{a}_1 \in Y$ , и для любого  $\bar{c} \in p$  имеет место  $G_{x \cup c}(\bar{a}) \cap G_{x \cup c}(\bar{b}) = \bar{c} \in p(\varphi)$ ;

в) ответвляющей над  $X(p \wedge X)$ , если существует такое  $Z \supseteq Y$ , что  $|Z \setminus Y| < \omega$ , и для любого  $q \in O^n(Z)$  из того, что  $q \leq p$ , следует, что  $q$  является строго расщепляющей над  $X$ .

9. Подмножество  $X \subseteq A$  назовем  $\lambda$ -насыщенным, если  $\forall Y \subseteq X, \forall p \in O^1(Y) < \lambda \Rightarrow X \cap p \neq (\varphi)$ .

10. Чистую пару  $(A, G)$  назовем  $\lambda$ -стабильной, если  $\forall X \subseteq A (|X| \leq \lambda \Rightarrow |O^1(X)| \leq \lambda)$ .

11. Пусть  $O(A) \rightleftharpoons \bigcup \left\{ \bigcup_{n < \omega} O^n(X) : X \subseteq A, |X| < |A| \right\}$ .

По индукции определим ранговую функцию  $L : O(A) \rightarrow Ord \cup \{\infty\}$ :

а)  $L(p) \geq 0$  для всех  $p \in O(A)$ ;

б) если  $\alpha$  — предельный ординал, то  $L(p) \geq \alpha$  тогда и только тогда, когда  $L(p) \geq \beta$  для всех  $\beta < \alpha$ ;

в) если  $\alpha = \beta + 1, p \in O^n(X)$ , то  $L(p) \geq \alpha$  тогда и только тогда, когда  $L(p) \geq \beta$  и существуют такие  $Y \subseteq A, q \in O^n(Y)$ , что  $X \subseteq Y, q \leq p, L(q) \geq \beta$  и  $q \wedge X$ ;

г)  $L(p) = \alpha \Leftrightarrow L(p) \geq \alpha \vee L(p) \neg \geq \alpha + 1$ ;

д)  $L(p) = \infty \Leftrightarrow L(p) \geq \alpha$  для всех ординалов  $\alpha$ .

12. Если  $\bar{a}, \bar{b} \in A^n$ , то  $\vec{v}(\bar{a}, X) = \vec{v}(\bar{b}, X)$  означает, что существуют такие  $Y, p \in O^n(Y)$ , что  $X \subseteq Y, Y \otimes X \subseteq Y$ -насыщен  $p \wedge X, \bar{a}, \bar{b} \in p$ .

13.  $V^n(X) \rightleftharpoons \left\{ \vec{v}(\bar{a}, X) : \bar{a} \in A^n \right\}, V(X) = \bigcup_{n < \omega} V^n(X)$ .

Если  $p \in O^n(X)$ , то  $V_p \left\{ \vec{v}(\bar{a}, X) : \bar{a} \in p \right\}$ .

14. Если  $X \subseteq Y, \vec{\omega} \in V^n(X), \vec{u} \in V^n(Y)$ , то

$$\vec{\omega} < \vec{u} \rightleftharpoons \forall \bar{a}, \bar{b} \in A^n (\vec{\omega} = \vec{v}(\bar{a}, X) \vee \vec{u} = \vec{v}(\bar{b}, Y) \Rightarrow \vec{v}(\bar{a}, X) = \vec{v}(\bar{b}, X) \wedge G_Y(\bar{b}) \wedge X).$$

15. Последовательность  $\langle \bar{a}_i : i < a \rangle$  назовем последовательностью Морли над  $X$ , порожденной  $\bar{u}$  из  $V^n(X)$ , если  $\bar{u} < \vec{v}(\bar{a}_i, X \cup \bigcup_{j < i} \bar{a}_j)$  для всех  $i < a$ .

16. Назовем  $\vec{u}, \vec{\omega} \in V(X)$  почти ортогональными (обозначим  $\vec{u} \perp^a \vec{\omega}$ ), если  $\forall \vec{a}, \vec{b} \in A(\vec{u} = \vec{v}(\vec{a}, X) \wedge \vec{\omega} = \vec{v}(\vec{b}, X) \Rightarrow G_{X \cup \vec{b}}(\vec{a}) \wedge X$ .

17. Назовем  $p, q \in O(X)$  почти ортогональными (обозначим  $p \perp^a q$ ), если  $\vec{u} \perp^a \vec{\omega}$  для всех  $\vec{u} \in V_p, \vec{\omega} \in V_q$ .

18. Назовем  $\vec{u} \in V(X), \vec{\omega} \in V(Y)$  ортогональными (обозначим  $\vec{u} \perp^a \vec{\omega}$ ), если  $\forall Z \forall \vec{u}_1, \vec{\omega}_1 \in V(Z) (X \cup Y \subseteq Z \wedge \vec{u} < \vec{u}_1 \wedge \vec{\omega} < \vec{\omega}_1 \Rightarrow \vec{u}_1 \perp^a \vec{\omega}_1)$ .

19. Назовем  $p \in O(X), q \in O(Y)$  ортогональными (обозначим  $p \perp q$ ), если  $q \subseteq V_p \forall \vec{\omega} \in V_q (\vec{u} \perp \vec{\omega})$ .

20. Назовем  $p \in O(X)$  регулярным, если

$$\forall Y \forall q \in O(Y) (X \in Y \wedge q \subseteq p \wedge q \wedge X \Rightarrow p \perp q).$$

Все введенные таким образом понятия, связанные с НФР типов йонсоновской теории, естественным образом дают йонсоновские аналоги теорем для полных теорий.

В первую очередь нам интересны описания моделей центральных типов йонсоновских алгебр относительно стабильностной тематики.

Пусть задан произвольный язык  $L$ . Пусть  $T$  — йонсоновская совершенная теория, полная для экзистенциальных предложений в языке  $L$ , и ее семантическая модель есть  $C$ .

Мы говорим, что множество  $X$   $\Sigma$ -определимо, если оно определимо некоторой экзистенциальной формулой.

а) Множество  $X$  называется йонсоновским в теории  $T$ , если оно удовлетворяет следующим свойствам:

- $X$  есть  $\Sigma$ -определимое подмножество  $C$ ;
- $dcl(X)$  есть носитель некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели  $C$ .

б) Множество  $X$  называется алгебраически йонсоновским в теории  $T$ , если оно удовлетворяет следующим свойствам:

- $X$  есть  $\Sigma$ -определимое подмножество  $C$ ;
- $acl(X)$  есть носитель некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели  $C$ .

С помощью введенных определений йонсоновских множеств мы сможем перенести много свойств для йонсоновских теорий на произвольные подмножества семантической модели.

Будем говорить, что два йонсоновских множества (эквивалентны, косемантически, категоричны), если соответственно будут (йонсоновски эквивалентными, косемантическими, категоричными, синтаксически подобными, семантически подобными и т.д.) моделями, которые получаются при соответствующем замыкании этих множеств.

Рассмотрим, например, косемантическую. Два йонсоновских множества косемантически, если косемантически их соответствующие замыкания, и т.д.

Самым инвариантным понятием является синтаксическое подобие теорий, так как оно сохраняет все свойства рассматриваемых теорий.

Для случая йонсоновских множеств мы определим синтаксическое подобие следующим образом: два (алгебраических) йонсоновских множества синтаксически подобны между собой, если синтаксически подобны будут элементарные теории их соответствующих замыканий.

Если  $\forall \exists$ -следствия этих элементарных теорий будут давать йонсоновские теории, то в этом случае мы сможем рассмотреть их йонсоновское синтаксическое подобие, т.е. в силу инвариантности семантической модели наше определение корректно.

И в заключение сделаем далеко идущее предложение.

В рамках данных нововведенных определений мы ставим задачу — рассмотреть и попытаться описать сильно минимальные йонсоновские множества. Это в свою очередь повлечет за собой целый ряд новых постановок задач, например, уточнение теоремы Лахлана-Болдуина в рамках данной нововведенной тематики.

## Список литературы

- 1 *Ешкеев А.Р.* Йонсоновские теории: Учеб. пособие. — Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. — 250 с.
- 2 *Бускаран Э.* Теория моделей и алгебраическая геометрия. МЦНМО, 2008.
- 3 *Мустафин Т.Г., Нурмагамбетов Т.А.* Введение в прикладную теорию моделей. — Караганда: Изд-во КарГУ, 1987.

А.Р.Ешкеев

**Йонсондық жиындар және олардың әр түрлі теориялық-модельдік қасиеттері**

Мақалада жүргізілген зерттеулер индуктивті теорияның ішкі класы болатын, жалпы айтқанда, толық емес кластар теориясының теориялық-модельдік қасиеттерін сипаттаумен байланысты. Бұл теориялар алгебра мен модельдер теориясында қарастырылған. Мұндай теориялар йонсондық деп аталады. Осы теорияларды зерттеу үшін жаңа әдіс-тәсілдер енгізілген. Йонсондық теорияның семантикалық модельдер жиынында айрықша жиындар қарастырылды, олар, біріншіден, кейбір экзистенциалдық формулалардың жүзеге асуы болып табылады, екіншіден, жиындардың тұйықталуы бізге семантикалық модельдің экзистенциалдық тұйықталуының модель ішілік негізгі жиынын берді. Сонымен қатар орталық орбиталдық түрлерді зерттейтін техника дамиды.

A.R.Eshkееv

**Jonsson's multitudes and some their theoretic and model properties**

The studies carried out in this field are connected with the description of theoretic-and-model properties of some, generally speaking, incomplete classes of theories that make a subclass of inductive theories. These theories are well studied both in algebra and in the theory of models. They are called Jonsson's theories. To study these theories there is introduced a new research approach, namely: on the submultitudes of a semantic model of Jonsson's theory there are separated special multitudes that are, firstly, realizations of some existential formula, secondly, the closing of these multitudes gives us the basic multitude of some existentially closed submodel of the semantic model. Besides, there is developed a technique of studying the central orbital types.

## References

- 1 Eshkееv A.R. *Jonsson theory: Tutorial*, Karaganda, Publ. KSU, 2009, 250 p.
- 2 Buskaran E. *Model theory and algebraic geometry*, MCNMO, 2008.
- 3 Mustafin T.G., Nurmagambetov T.A. *Introduction to applied theory models*, Karaganda: Publ. KSU, 1987.

А.Р.Ешкеев<sup>1</sup>, Б.Р.Жолмагамбетова<sup>2</sup><sup>1</sup>Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова;<sup>2</sup>РГКП «Институт прикладной математики» КН МОН РК, Караганда (E-mail: modth1705@mail.ru)

## Позитивно алгебраически простые модели в классе экзистенциально-замкнутых моделей выпуклых позитивных йонсоновских теорий

В статье говорится о синтаксическом и семантическом аспектах описания свойств рассматриваемой теории и ее моделей. Основные полученные результаты должны внести свою положительную лепту при изучении теоретико-модельных свойств конкретных алгебраических объектов теории, которые удовлетворяют условиям Йонсона и, вообще говоря, являются неполными. В допустимых обогашениях доказаны аналогии теорем о связи алгебраической простоты и атомности моделей в рассматриваемых классах теорий. Эти результаты получены для выпуклых замкнутых позитивных теорий в обогащенной сигнатуре. Свойства, полученные для описания видов атомности и простоты, сформулированы на языке центральных типов.

*Ключевые слова:* алгебраическая простая модель, йонсоновская теория, замкнутая и выпуклая модели, синтаксические и семантические аспекты.

Основной задачей теории моделей является описание конкретных классов теории и их моделей. Как правило, в случае исследования теории мы говорим о синтаксическом аспекте и, соответственно, при изучении описания свойств моделей этой теории — о семантическом аспекте. При этом оба аспекта, в силу теоремы о полноте, должны быть содержательно эквивалентными. Что под этим понимается? Имеется в виду, что свойства непротиворечивости и совместности теории проецируют на поведение моделей (соответственно, элементов моделей) некоторую эквивалентность между синтаксическими и семантическими парадигмами. Например, морфизмы между счетными моделями и реализация в моделях главных типов. В случае, когда морфизмом является элементарное вложение в любую модель рассматриваемой теории, указанная выше эквивалентность влечет за собой атомность модели. В случае полных теорий все сказанное выше имеет отношение к классическому результату Р. Воота об описании счетных, простых и атомных моделей. Для того чтобы рассмотреть случай неполных теорий, обратимся к известному обзору развития теории моделей из монографии [1].

Выделим два направления в развитии теории модели. В [2] их называют западной и восточной теориями моделей, так как один из основоположников теории моделей А. Тарский жил на западном побережье США с 1940 г., а другой основоположник А. Робинсон — на восточном. Западная теория моделей развивается в традициях Скулема и Тарского. Она в большей степени мотивировалась проблемами в теории чисел, анализе и теории множества, и в ней используются все формулы логики первого порядка.

Восточная теория моделей развивается в традициях Мальцева и Робинсона. Она мотивировалась проблемами в абстрактной алгебре, где формулы теорий обычно имеют самое большее два блока кванторов. Она делает ударение на множества бескванторных и экзистенциальных формул. В отличие от западной теории моделей, которая изучает полные теории, восточная теория моделей, вообще говоря, имеет дело с неполными теориями. Класс неполных теорий достаточно широк, поэтому можно ограничиться индуктивными теориями ( $\forall\exists$ -аксиоматизируемыми). В смысле полноты рассматриваемой теории максимальное требование, как правило, —  $\forall\exists$ -полнота. Всем этим условиям удовлетворяют йонсоновские теории. Таким образом, сделаем вывод, что изучение йонсоновских теорий относится по своей сути к проблематике восточной теории моделей.

Исследования, которые проводились с тематикой йонсоновских теорий, связаны с важной проблемой изучения некоторых неполных теорий. В точности изучаются йонсоновские теории и их классы и модели. После появления работ Бен-Якова [3, 4] первым автором данной статьи были введены некоторые новые классы позитивных йонсоновских теорий [5]. В случае, когда они удовлетворяют условиям йонсоновости, мы говорим о некоторых позитивных обобщениях йонсоновских теорий. В общем случае это неверно, так как существуют позитивные йонсоновские теории, которые не являются йонсоновскими. В предыдущих работах (см. [5]), в связи с йонсоновостью и позитивной йонсоновостью, получены результаты, которые позволяют плодотворно изучать совершенные йонсоновские теории и некоторые классы позитивных совершенных йонсоновских теорий.

рий. При этом разработан новый метод исследования неполных йонсоновских теорий — семантический метод, который заключается в трансляции элементарных свойств центра йонсоновской теории на саму теорию. В связи с неполнотой исследуемых объектов предложена новая идея — проведение указанной выше трансляции через понятие центрального типа. Это понятие достаточно плодотворно на данном этапе исследования.

Данная работа носит в первую очередь теоретический характер. Основные полученные результаты должны сыграть положительную роль при изучении теоретико-модельных свойств конкретных алгебраических объектов теории, которые удовлетворяют условиям Йонсона и, вообще говоря, являются неполными. Также надо отметить, что при изучении позитивных йонсоновских теорий ( $\Delta - PJ, \Delta - PR, \Delta - PM$ ) естественным образом были определены подклассы этих теорий ( $\Delta - J, \Delta - R, \Delta - M$ ). Следует отметить, что основные синтаксические и семантические атрибуты этих новых классов являются новыми понятиями и они появились абсолютно естественным образом при изучении позитивных йонсоновских классов теории. При этом следует заметить, что для этих классов, даже при замене на погружаемость, в чистом виде изоморфных вложений мы все равно не получим. Все зависит от множества формул  $\Delta$ . В произвольном случае не все формулы (булевы комбинации атомарных формул) сохраняются при погружении. Соответственно, и понятие экзистенциально-замкнутой модели отличается даже в этом случае.

Теперь сформулируем основные цели нашей статьи. В [6] было показано, что ни один из введенных в этой работе видов атомности моделей не совпадает с понятием алгебраически простой модели. Этот факт дает нам основание рассуждать, что содержательная эквивалентность между таким синтаксическим понятием, как атомность модели и семантическим понятием алгебраической простоты моделей не проецируется в неполных теориях, как в классической работе [1] для полных теорий. Но опять же в силу содержательной эквивалентности теоремы полноты должен существовать «восточный» аналог теоремы Р. Воота о связи алгебраической простоты моделей и какого-то вида атомности. В связи с этим мы рассмотрим случай, когда алгебраически простая модель существует априори.

Заметим, что такая постановка проблемы ставится впервые. Рассматриваются теории, у которых гарантировано существует алгебраически простая модель, но при этом она необязательно экзистенциально-замкнутая. Пусть  $E_T$  означает класс экзистенциально-замкнутых моделей теории  $T$ . Пусть  $AIP_T$  обозначает класс алгебраически простых моделей теории  $T$ .

Будем говорить, что теория просто замкнутая, если оба ее класса  $E_T$  и  $AIP_T$  существуют и имеют непустое пересечение. То есть всегда существуют некоторые алгебраически простые модели, которые обязательно экзистенциально-замкнутые.

Пусть в дальнейшем в данной статье все рассматриваемые теории будут просто замкнутыми. Соответственно, когда на теорию накладываются дополнительные свойства, мы рассматриваем просто замкнутую теорию относительно этих свойств.

Напомним определение, в рамках которого будут рассмотрены все наши вопросы.

Теория  $T$  называется йонсоновской, если:

- 1) теория  $T$  имеет бесконечные модели;
- 2) теория  $T$  индуктивна;

3)  $T$  обладает свойством совместного вложения ( $JEP$ ), т.е. любые две модели  $A \vdash T$  и  $B \vdash T$  изоморфно вкладываются в некоторую модель  $C \vdash T$ ;

4)  $T$  обладает свойством амальгамируемости  $AP(AP)$ , т.е. если для любых  $A, B, C \vdash T$  таких, что  $f_1 : A \rightarrow B$ ,  $f_2 : A \rightarrow C$  — изоморфные вложения, существуют  $D \vdash T$ , изоморфные вложения  $g_1 : B \rightarrow D$ ,  $g_2 : C \rightarrow D$  такие, что  $g_1 f_1 = g_2 f_2$ .

**Определение 1.** Йонсоновская теория  $T$  называется совершенной, если каждая семантическая модель  $T$  является насыщенной моделью  $T^*$ .

**Определение 2.** Пусть  $T$  — йонсоновская теория. Компаньоном йонсоновской теории  $T$  называется такая теория той же сигнатуры, которая удовлетворяет следующим условиям:

- 1)  $(T^\#)_\forall = T_\forall$ ;
- 2) для любой йонсоновской теории  $T'$ , если  $T_\forall = T'_\forall$ ,  $T^\# = (T')^\#$ ;
- 3)  $T_{\forall\exists} \subseteq T^\#$ .



Естественными интерпретациями компаньона  $T^\#$  являются  $T^*$ ,  $T^0$ ,  $T^f$ ,  $T^M$ ,  $T^e$ .

*Определение 3.* Семантической моделью  $C_T$  йонсоновской теории  $T$  называется  $\omega^+$ -однородная-универсальная модель теории  $T$  (в смысле [7]).

Следующие определения даны в [7].

*Определение 4.* Пусть  $k \geq \omega$ . Модель  $M$  теории  $T$  называется:

- $k$ -универсальной для  $T$ , если каждая модель  $T$  мощности строго меньше  $k$  изоморфно вкладывается в  $M$ ;
- $k$ -однородной для  $T$ , если при любых двух моделях  $A$  и  $A1$  теории  $T$ , являющихся подмоделями  $M$  мощности строго меньше  $k$ , и изоморфизме  $f: A \rightarrow A1$ , для каждого расширения  $B$  модели  $A$ , являющейся подмоделью  $M$  и моделью  $T$  мощности строго меньше  $k$ , существуют расширение  $B1$  модели  $A1$ , являющейся подмоделью  $M$ , и изоморфизм  $g: B \rightarrow B1$ , продолжающий  $f$ .

*Определение 5.* Однородной-универсальной для  $T$  моделью называется  $k$ -однородная-универсальная для  $T$  модель мощности  $k$ , где  $k \geq \omega$ .

*Определение 6.* Центром (центральным пополнением) йонсоновской теории  $T$  называется  $T^* = Th(C_T)$ .

*Определение 7* [5]. Йонсоновская теория  $T$  называется совершенной, если каждая семантическая модель  $C_T$  является насыщенной моделью  $T^*$ .

Первым автором была установлена связь между совершенностью йонсоновской теории и существованием её модельного компаньона. В дальнейшем нам будут необходимы следующие утверждения.

*Теорема 1* [5]. Пусть  $T$  — йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $T$  совершенна;
- 2)  $T$  имеет модельный компаньон.

*Теорема 2.* Пусть  $T$  — совершенная йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $T$  полна;
- 2)  $T$  модельно полна.

Также была установлена связь между совершенностью йонсоновской теории и свойствами решетки  $E_n(T)$ , что уточняет известный результат из [8]. Имеет место следующее утверждение.

*Теорема 3.* Пусть  $T$  — полная для  $\exists$ -предложений йонсоновская теория. Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $T$  совершенна;
- 2)  $T^*$  модельно полна;
- 3)  $E_n(T)$  — булева алгебра,

где полнота теории для  $\exists$ -предложений означает, что любые две модели этой теории относительно экзистенциальных предложений не отличаются друг от друга.

*Определение 8.* Йонсоновская теория  $T$  называется робинсоновской, если она универсально-аксиоматизируема.

Дадим необходимые определения и связанные с ними результаты, полученные ранее первым автором, относительно выпуклости и позитивности йонсоновских теорий.

*Определение 9.* Теория  $T$  называется выпуклой, если для любой ее модели  $A\mathfrak{U}$  и для любого семейства  $\{B_i \mid i \in I\}$  ее подструктур, которые являются моделями теории  $T$ , пересечение  $\bigcup_{i \in I} B_i$  есть модель теории  $T$ . При этом предполагается, что это пересечение не пусто.

Если это пересечение никогда не пусто, то теория называется сильно выпуклой.

*Определение 10.* Если теория сильно выпуклая, то пересечение всех ее моделей содержится в некоторой ее модели. Эта модель называется ядерной моделью этой теории.

Понятно, что ядерная модель является алгебраически простой моделью.

*Определение 11.* Модель сигнатуры данной теории (в дальнейшем структура) называется ядерной, если она изоморфна единственной подструктуре каждой модели данной теории.

*Определение 12.* Модель сигнатуры данной теории (в дальнейшем структура) называется минимальной, если она — модель данной теории и не имеет собственной подструктуры, которая является моделью данной теории.

Понятно, что ядерная модель теории минимальна в этом смысле.

Пусть  $L$  — язык первого порядка.  $At$  есть множество атомарных формул данного языка.  $B^+(At)$  — замкнутое множество относительно позитивных булевых комбинаций (конъюнкция и дизъюнкция) всех атомарных формул, их подформул и замены переменных.  $Q(B^+(At))$  есть множество формул в пренексном нормальном виде, полученное с помощью применения кванторов ( $\exists$  и  $\forall$ ) к  $B^+(At)$ . Назовем формулу позитивной, если она принадлежит множеству  $Q(B^+(At))$ . Теория называется позитивно аксиоматизируемой, если ее аксиомы позитивны.  $B(L^+)$  — это произвольная булева комбинация формул из  $L^+$ . Определим  $\Delta$ -морфизмы между структурами.

Пусть  $M$  и  $N$  — структуры языка,  $\Delta \subseteq B(L^+)$ . Отображение  $h: M \rightarrow N$  называется  $\Delta$ -гомоморфизмом (символически  $h: M \xrightarrow{\Delta} N$ ), если для любого  $\varphi(\bar{x}) \in \Delta, \forall \bar{a} \in M$  из того, что  $M \models \varphi(\bar{a})$ , следует, что  $N \models \varphi(h(\bar{a}))$ .

Модель  $M$  называется началом в  $N$ , и мы говорим, что  $M$  продолжается в  $N$ , при этом  $h(M)$  называется продолжением  $M$ . Если отображение  $h$  инъективно, то говорят, что отображение  $h$  погружает  $M$  в  $N$  (символически  $h: M \xrightarrow{\Delta} N$ ). В дальнейшем мы будем использовать термин  $\Delta$ -продолжение и  $\Delta$ -погружение. В рамках этого определения ( $\Delta$ -гомоморфизма) легко заметить, что изоморфное вложение и элементарное вложение являются  $\Delta$ -погружениями, когда  $\Delta = B(At)$  и  $\Delta = L$  соответственно.

*Определение 13.* Если  $C$  — класс  $L$ -структур, то мы говорим, что элемент  $M$  из  $C$   $\Delta$ -позитивно экзистенциально замкнут в  $C$ , если каждый  $\Delta$ -гомоморфизм из  $M$  в любой элемент из  $C$  является  $\Delta$ -погружением. Класс всех  $\Delta$ -позитивно экзистенциально-замкнутых моделей обозначим через  $(E_C^\Delta)^+$ , если  $C = ModT$  для некоторой теории  $T$ , то под  $E_T, (E_C^\Delta)^+$  мы понимаем соответственно класс экзистенциально-замкнутых и  $\Delta$ -позитивно экзистенциально-замкнутых моделей данной теории.

*Определение 14.* Говорим, что теория  $T$  допускает  $\Delta$ -JEP, если для любых двух  $A, B \in ModT$  существуют  $C \in ModT$  и  $\Delta$ -гомоморфизмы  $h_1: A \xrightarrow{\Delta} C, h_2: B \xrightarrow{\Delta} C$ .

*Определение 15.* Говорим, что теория  $T$  допускает  $\Delta$ -AP, если для любых  $A, B, C \in ModT$  таких, что  $h_1: A \xrightarrow{\Delta} C, g_1: A \xrightarrow{\Delta} B$ , где  $h_1, g_1$  —  $\Delta$ -гомоморфизмы, существуют  $D \in ModT$  и  $h_2: C \xrightarrow{\Delta} D, g_2: B \xrightarrow{\Delta} D$ , где  $h_2, g_2$  —  $\Delta$ -гомоморфизмы, такие что  $h_2 \cdot h_1 = g_2 \cdot g_1$ .

*Определение 16.* Теория  $T$  называется  $\Delta$ -позитивной йонсоновской ( $\Delta$ -PJ) теорией, если она удовлетворяет следующим условиям:

- 1)  $T$  имеет бесконечную модель;
- 2)  $T$  позитивно  $\forall\exists$ -аксиоматизируема;
- 3)  $T$  допускает  $\Delta$ -JEP;
- 4)  $T$  допускает  $\Delta$ -AP.

*Определение 17.*  $\Delta$ -PJ-теория называется  $\Delta$ -позитивной робинсоновской ( $\Delta$ -PR), если она универсально-аксиоматизируема.

Пусть  $0 \leq n \leq \omega$ . Пусть  $\Pi_n^+$  — множество всех формул языка  $L^+$  вида  $\forall\exists \varphi$  (т.е. формулы из  $L^+$  с  $n$  переменными кванторов, начинающихся с  $\forall$ ). Пусть  $\Delta \subseteq \Pi_n^+ \subseteq L^+$ .

Пусть  $C$  — семантическая модель теории  $T, A \subseteq C$ . Пусть  $\sigma_r(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma$ , где  $\Gamma = \{g\} \cup \{c\} \cup \{P\}$ . Рассмотрим следующую теорию:

$$T_\Gamma^{PgM}(A) = Th_{\forall} + (C, a)_{a \in A} \cup \{g(a) = a \mid a \in A\} \cup g(c) \cup T_g \cup \{P(c)\} \cup \{P \subseteq\},$$

где  $T_g$  выражает тот факт, что для любой модели  $(M, g^M) \models T_g$  имеет место:

- 1)  $g^M$  — автоморфизм  $M$ ;

2)  $\{m \in M \mid g^M(m) = m\}$  есть универсум некоторой экзистенциально-замкнутой подмодели  $M$  для любой модели  $M$  сигнатуры  $\sigma$ .

Для предиката  $P$  записываем выражение  $\{ "P \subseteq " \}$ , что по своей сути есть бесконечное множество предложений, которое говорит, что интерпретация символа  $P$  есть позитивно экзистенциально-замкнутая подмодель в сигнатуре  $\sigma$ . В силу неполноты мы не записываем точную связь между элементами  $\Gamma = \{g\} \cup \{c\} \cup \{P\}$ , но предполагается их согласованность в рамках теории  $T_{\Gamma}^{PgM}(A)$ . Эта теория необязательно полная. Рассмотрим все пополнения центра  $T^*$  теории  $T$  в новой сигнатуре  $\sigma_{\Gamma}$ , где  $\Gamma = \{c\}$ . В силу  $\Delta$ -ности теории  $T^*$  существует её центр, и мы обозначим его как  $T^C$ .

Предположение о некоторой полноте рассматриваемой теории необходимо в связи со следующим фактом.

*Лемма 1.* В случае позитивной робинсоновской теории из позитивной экзистенциальной полноты следует  $\Delta$ -JEP, обратное неверно.

*Теорема 4.* Пусть теория  $T$  —  $\Delta$ -PR-совершенная, почти замкнутая йонсоновская сильно выпуклая теория, и она полна для позитивных  $\forall\exists$ -предложений,  $A$  — некоторая счетная модель из  $E_T$ .

Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $A$   $(\Delta, \Delta)$ -атомная;
- 2)  $A \in E_T$  и  $\Delta$ -nice.

Дадим следующие необходимые определения.

В данной статье рассматриваются теоретико-модельные свойства нового класса теорий, а именно  $\Delta$ -йонсоновских теорий счетного языка первого порядка. Это теории, которые получаются из  $\Delta$ -позитивных йонсоновских теорий заменой в определении  $\Delta$ -позитивных йонсоновских теорий морфизмов ( $\Delta$ -продолжений) на морфизмы ( $\Delta$ -погружения). При этом получен ряд результатов, устанавливающих связь между свойствами  $\Delta$ -йонсоновской теории, центрального пополнения данной теории и свойствами решетки классов эквивалентности экзистенциальных формул относительно этой теории. В терминах решетки формул найдены необходимые и достаточные условия элиминации кванторов центрального пополнения  $\Delta$ -йонсоновской теории, позитивной модельной полноты центрального пополнения  $\Delta$ -йонсоновской теории, совершенности  $\Delta$ -йонсоновской теории, йонсоновости центрального пополнения  $\Delta$ -йонсоновской теории.

Формула  $\varphi(\bar{x})$  называется  $\Delta^+$ -формулой относительно теории  $T$ , если существуют позитивно-экзистенциальные формулы  $\psi_1(\bar{x})$  и  $\psi_2(\bar{x})$ , такие что  $T \models (\varphi \leftrightarrow \psi_1)$  и  $T \models (\neg\varphi \leftrightarrow \psi_2)$ .

Мы будем говорить, что теория  $T$  допускает  $R_1^+$ , если для любой позитивно экзистенциальной формулы  $\varphi(\bar{x})$ , совместной с  $T$ , существует формула  $\psi(\bar{x}) \in \Delta^+$ , совместная с  $T$ , такая что  $T \models (\varphi \leftrightarrow \psi)$ .

Счетная модель теории  $T$  называется счетно-алгебраически универсальной моделью, если в неё  $\Delta$ -погружаются все счетные модели данной теории.

Модель  $A$  является  $\Delta$ -алгебраически простой моделью теории  $T$ , если  $A$  является моделью теории  $T$  и  $A$  может быть  $\Delta$ -погружена в каждую модель теории  $T$ .

*Определение 18.* 1)  $A$  называется  $\Sigma$ -nice-h-алгебраически простой моделью теории  $T$ , если  $A$  — счетная модель  $T$  и для каждой модели  $B$  теории  $T$ , каждого  $n \in \omega$  и для всех  $a_0, \dots, a_{n-1} \in A$ ,  $b_0, \dots, b_{n-1} \in B$ , если  $(A, a_0, \dots, a_{n-1}) \Rightarrow_{\exists} (B, b_0, \dots, b_{n-1})$ , (где  $\Rightarrow_{\exists}$  есть символ для обозначения погружения моделей относительно формул вида  $\exists$ ), то для каждого  $a_n \in A$  существует некоторый  $b_n \in B$  такой, что  $(A, a_0, \dots, a_n) \Rightarrow_{\exists} (B, b_0, \dots, b_n)$ .

2)  $A$  называется  $\Sigma^*$ -nice-h-алгебраически простой моделью теории  $T$ , если  $A$  — счетная модель  $T$  и для каждой модели  $B$  теории  $T$ , каждого  $n \in \omega$  и для всех  $a_0, \dots, a_{n-1} \in A$ ,  $b_0, \dots, b_{n-1} \in B$ , если

$(A, a_0, \dots, a_{n-1}) \equiv_{\exists} (B, b_0, \dots, b_{n-1})$ , то для каждого  $a_n \in A$  существует некоторый  $b_n \in B$  такой, что  $(A, a_0, \dots, a_n) \equiv_{\exists} (B, b_0, \dots, b_n)$ .

$\Delta$ - $J$ -теория называется универсальной, если её аксиомы позитивно-универсальны.

В рамках указанных выше определений мы имеем следующие результаты.

*Теорема 5.* Пусть  $T$  —  $\Delta$ - $J$ -теория полная для позитивно экзистенциальных предложений, допускающая  $R_1$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $T$  имеет  $\Delta$ -алгебраически простую модель;
- 2)  $T$  имеет  $(\Sigma, \Delta^+)$ -атомную модель;
- 3)  $T$  имеет единственную  $\Delta$ -алгебраически простую модель.

Пусть  $T$  — замкнутая, выпуклая  $\Delta$ - $J$ -теория, полная для экзистенциальных предложений, и предположим, что  $T$  удовлетворяет  $R_1^+$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

1.  $T^*$  имеет  $\Sigma, \Delta$ -атомную модель;
2.  $T^*$  имеет  $\Sigma, \Sigma$ -атомную модель;
3.  $T^c$  имеет  $\Sigma^*$ -nice-алгебраически простую модель.

Далее мы рассмотрим несчетно категоричные  $\Delta$ - $J$ -теории.

Пусть  $A, B \in (E_T)^+$  и  $A \subseteq B$ . Тогда  $B$  называется  $\Delta$ -алгебраически простым модельным расширением  $A$  в  $(E_T)^+$ , если для любой модели  $C \in (E_T)^+$  из того, что  $A$   $\Delta$ -погружается в  $C$ , следует, что  $B$   $\Delta$ -погружается в  $C$ .

*Теорема 6.* Пусть  $T$  — универсальная  $\Delta$ - $J$ -теория, полная для позитивных экзистенциальных предложений, для которой выполняется  $R_1^+$  и  $\Delta = B(At)$ . Тогда следующие условия эквивалентны:

- 1)  $T^c$   $\omega_1$ -категорична;
- 2) любая счетная модель из  $(E_{T^*})^+$  имеет  $\Delta$ -алгебраически простое модельное расширение в  $(E_{T^*})^+$ .

Актуальность данных исследований, прежде всего, связана с тематикой изучения теоретико-модельных свойств йонсоновских алгебр, то есть таких примеров алгебр, которые удовлетворяют условиям Йонсона. И, как правило, таких примеров в алгебре достаточно много. Помимо этого, в последнее время возрос интерес к изучению теоретико-модельных свойств неполных теорий. В связи с этим тематика изучения йонсоновских теорий, как естественного подкласса индуктивных теорий, является очень интересной и актуальной задачей. Интерес и актуальность связаны прежде всего с тем, что техника изучения неполных теорий не так развита, как полных и, соответственно, получение любого результата в данной области можно считать продвижением вперед.

В целом работа по своему характеру и содержанию выражает теоретическую направленность. Фактически в ней отражены вопросы, относящиеся к тематике теории моделей языка первого порядка.

### Список литературы

- 1 Vaught R. Denumerable models of complete theories in Infinitistic Methode // Pergamon. — London, 1961. — P. 303–321.
- 2 Справочная книга по математической логике: В 4-х ч. / Под ред. Дж.Барвайса. — Ч. 1. Теория моделей / Пер. с англ. — М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1982. — С. 126.
- 3 Itay Ben-Yaacov. Positive model theory and compact abstract theories // Journal of Mathematical Logic 3. — 2003. — № 1. — P. 85–118.
- 4 Itay Ben-Yaacov. Compactness and independence in non first order frameworks // Bulletin of Symbolic logic. — Vol. 11 — 2005. — № 1. — P. 28–50.
- 5 Ешкеев А.Р. Йонсоновские теории: Учеб. пособие. — Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. — 250 с.
- 6 Baldwin J.T., Kueker D.W. Algebraically prime models // Ann. Math. Logic. — 1981, 20. — P. 289–330.
- 7 Erulan Mustafin. Quelques proprietes des theories de Jonsson // The Journal of Symbolic Logic. — Vol. 67. — № 2. — June 2002. — P. 528–536.
- 8 Volker Weispfenning. The model-theoretic significance of complemented existential formulas // The Journal of Symbolic Logic. — Vol. 46. — № 4. — Dec. 1981. — P. 843–849.

А.Р.Ешкеев, Б.Р.Жолмағамбетова

## Позитивті йонсон теориясы экзистенциалды-тұйық моделі класындағы алгебралық шығынқы позитивті қарапайым моделі

Мақалада теория және оның моделінің синтаксикалық және семантикалық аспектілері қасиетін сипаттау қарастырылған. Йонсонның шарттарын қанағаттандыратын нақты алгебралық объектілердің теориялық-модельдік қасиеттерін меңгеру барысында негізгі алынған нәтижелер оң әсерін тигізуі тиіс. Бұл теориялардың байыту жұмыстарында алгебралық қарапайымдылық пен модельдер атомдығы теориясының байланысы дәлелденген. Нәтижелер байыту сигнатураларында тұйық позитивті теориялар үшін алынған. Атомдылық және қарапайымдылық түрлерін сипаттау үшін алынған қасиет орталық тип тілінде көрсетілген.

A.R.Eshkeev, B.R.Zholmagambetova

## Positive algebraically simple models in the class of existentially closed models of convex positive Jonsson theories

In the article we speak of the syntactic and semantic aspects of describing the properties of the theory considered and its models. The main results obtained are to bring a positive role when studying theoretical-and-model properties of concrete algebraic objects of the theory that satisfy Jonsson hypothesis and are, speaking generally, incomplete. In the work in the allowable enlargements there are proved the analogues of theorems about algebraic simplicity and model atomicity relations in the classes of theories considered. These results have been obtained for the convex closed positive theories in the enlarged signature. The properties obtained for the description of atomicity types and simplicity are formulated in the language of central types.

### References

- 1 Vaught R. *Denumerable models of complete theories in Infinitistic Methode*, Pergamon, London, 1961, p. 303–321.
- 2 *Handbook of mathematical logic: In 4 parts* / Dzh.Barvaiva. Theory model, Moscow: Nauka, 1982, p. 126.
- 3 Itay Ben-Yaacov. *Journal of Mathematical Logic* 3, 2003, 1, p. 85–118.
- 4 Itay Ben-Yaacov. *Bulletin of Symbolic logic*, 11 (2005), 1, p. 28–50.
- 5 Eshkeev A.R. *Jonsson teory: Tutorial*, Karaganda: Publ. KSU, 2009, 250 p.
- 6 Baldwin J.T., Kueker D.W. *Ann. Math. Logic*, 1981, 20, p. 289–330.
- 7 Erulan Mustafin. *Journal of Symbolic Logic*, 67, 2, June 2002, p. 528–536.
- 8 Volker Weispfenning. *Journal of Symbolic Logic*, 46, 4, Dec. 1981, p. 843–849.

А.Р.Ешкеев, Ж.А.Кагазбаев

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: modth1705@mail.ru)*

## **Роль полиязычия в повышении уровня подготовки магистрантов и студентов математических специальностей**

Статья посвящена вопросу изучения некоторых аспектов полиязычия, в частности перевода специальных терминов из некоторых областей математики. Данная проблема тесно связана с повышением уровня использования государственного языка в производстве преподавания математических дисциплин.

*Ключевые слова:* полиязычие, область математики, международный термин, латынь, языки, полиперевод.

В нашей стране на сегодняшний день поставлена цель — сделать казахстанское образование качественным и конкурентоспособным. Естественно, что при решении этой задачи мы автоматически сталкиваемся с различными проблемами языка обучения. Например, проблема адекватного перевода современной терминологии на казахский язык. При этом надо четко осознавать ту роль, которую играет казахский язык, имеющий статус государственного, русский, как язык межнационального общения, а также один из иностранных (в большинстве случаев английский) в деле осуществления поставленной задачи. Важнейшей стратегической задачей образования является, с одной стороны, сохранение лучших образовательных традиций советских времен, с другой — обеспечение выпускников школ и вузов современными международными квалификационными стандартами и, как следствие, развитие их полиязычного сознания, в основе которого — овладение государственным, русским и иностранным языками. Тем самым реальное осуществление данной задачи отвечает курсу на интеграцию в мировое образовательное пространство. Чем больше человек знает языков, тем ему легче адаптироваться к современным требованиям образовательного мирового пространства. Необходимость функционирования государственного языка во всех сферах жизни, и в том числе в образовательной сфере, абсолютно необходима и не вызывает сомнения. Расширение сферы функционирования государственного языка, повышение его конкурентоспособности направлены на улучшение качества обучения государственному языку, обеспечение развития казахского языка в тех областях интеллектуальной деятельности, где раньше этого не было.

*Polyglossia* подразумевает функционирование разных языков в одной географической единице, а также способности человека (свойство быть полиглотом). Как следствие, для оценки лингвистических способностей человека ( $\text{polyglot}=\text{Polyglossia}$ ) [1] также можно рассмотреть слово *multilingualism* (многоязычие). *Multilingualism* — знание различных нескольких языков (если только двух — *mobilingualism*) [2].

Данная статья посвящена изучению вопроса значения многоязычия (*multilingualism*) в образовательном процессе. Понятно, что таким образом сформулированный вопрос абсолютно неподъемен в рамках формата данной статьи. Поэтому мы сузим наш интерес только до некоторых аспектов проблем терминологии в математике, а в самой математике — до некоторых её подразделов. При этом отметим, что основой появления этого материала в первую очередь были моменты, связанные с переводом специальной математической терминологии в разделах алгебры и математической логики. Кроме того, объективно возникла необходимость по-новому осмыслить традиционные концепции терминологической проблематики.

Одним из основных лейтмотивов развития языков является позитивизм существования проблемы полиязычия перевода различных терминов с разных языков, а не только с одного. Под позитивизмом мы понимаем в прямом смысле пользу от реального наличия полиязычного фактора, как мы отмечали выше, так как наличие подходящего перевода в одном языке еще не гарантирует адекватность перевода термина в другом [3]. Нам представляется, что можно говорить в этом случае о проблеме полиперевода. И это с позиции междисциплинарной связи, а если вообще задаться вопросом о том, что такое полиперевод в целом, то нам следует согласиться с тем, что это абсолютно новое, ранее не встречавшееся понятие.

Рассмотрим пример. В абстрактной алгебре кольцо — это один из наиболее часто встречающихся видов алгебраической структуры. Простейшими примерами колец являются алгебры чисел (целых, вещественных, комплексных), функций на множестве (всех, непрерывных, гладких, аналитических, ...) и матриц. В казахской алгебраической терминологии термин *кольцо* был переведён с русского языка как «сакина», т.е. как ювелирный предмет [4]. Рассмотрим, как переводится термин *ring* с английского и немецкого языков (оба языка принадлежат к германской группе языков) — *кольцо*, *ринг*, *звонок телефона* и т.д., ещё много разных значений. Мы выбрали эти значения не случайно, во-первых, это самые распространённые переводы-значения, а во-вторых, они показывают многозначность одного и того же слова. Теперь обратимся к математическому смыслу понятия кольца. На самом деле разговор идет о множестве с двумя бинарными операциями, которые связаны между собой некоторым законом (дистрибутивным). Кстати, если вспомнить об истории такого вида спорта, как бокс, то мы знаем, что он впервые появился в Англии и правила бокса гласили о том, что нельзя боксёрам появляться на ринге, а спортсменам покидать его во время боя. Роль такого ограничителя играл канат, фактически веревка с двумя концами, которые связаны между собой. Так вот и дистрибутивный закон связывает между собой две операции математического кольца: сложение и умножение.

Историческая справка (из математической энциклопедии). Примерно до середины XIX в. были известны лишь отдельные примеры колец: числовые кольца, т.е. подкольца поля комплексных чисел, появившиеся в связи с потребностями теории алгебраических уравнений, кольца вычетов целых чисел — в теории чисел [5]. Общего понятия кольца не существовало. Первые примеры некоммутативных колец и алгебр встречаются в работах У.Р.Гамильтона (W.R.Hamilton) и Г.Грассмана (H.Grassman). Термин *кольцо* был введен немецким математиком Д.Гильбертом (D.Hilbert) [6]. То есть авторы данного понятия — англичане и немцы.

Таким образом, учитывая указанные выше рассуждения, мы можем сделать вывод, что термин *кольцо* в математическом контексте предполагает не ювелирное изделие. Термин *сакина* появился в казахской терминологии как следствие дословного перевода с русского языка (в данном случае — языка не оригинала понятия). Но при этом надо понимать, что многозначность русского языка позволяет использовать в данном случае слово *кольцо*, так как семантика слова соответствует математическому понятию. Нам представляется удачным перевод термина *кольцо* некоторым следующим полиязычным новоязом. Рассмотрим слово *биамал*. Это сложное слово, состоящее из двух частей: би + амал [7]. Первая часть происходит из латыни и означает двойной, вторая часть — из арабского, но в казахском языке давно укоренилась в разных смыслах, в математике же имеет строгий перевод — *операция*. И как можно заметить, введение такого слова в качестве перевода приближает нас к оригиналу *ring* в математическом смысле.

Другой пример. Это термин из предмета теории моделей – дисциплины, стоящей на стыке алгебры и математической логики. Специалистам по теории моделей хорошо известна так называемая теорема об опускании типа. Эта теорема играет важную роль теоремы существования модели для реализации специальных условий. Некоторые авторы при переводе на казахский язык дословно переводят слово *опускание* — *түсіру*. Таким образом, с помощью такого прямого перевода получается, что в модели (собственно о ней идет речь в названной выше теореме) есть понятие некоторой высоты (оттуда ведь спускаемся) [8]. Это в корне неверно, так как модель — понятие абстрактное и в смысле своих размеров имеет, как правило, мощностные оценки, но никак не пространственные. Опять же ситуация связана с дословным переводом с английского языка. В русском языке английский глагол *omit* переведен как *опустить*. Это абсолютно верно с позиции норм прямого перевода языка, но ведь есть ещё и другие значения: *пропускать*, *не включать*, *пренебрегать*, *упускать*, *не упоминать*, *не совершать чего-либо*. Вот на последнем варианте перевода и остановимся. По сути, в теореме говорится о нереализации некоторых фиксированных теоретико-модельных свойств элемента модели. То есть некоторая негативная информация. Понятно, что последнее слово сочетание — *не совершать чего-либо* — более подходит по смыслу. Нам кажется, что в данной ситуации, когда важен интуитивный потенциал понимания обучаемого, очень важно сохранять точность оригинального содержания математического текста. Можно привести и другие примеры из математического фольклора, связанные с прямыми переводами с русского языка, но мы не ставим такой задачи.

Наша цель — обратить внимание на необходимость наличия элементов полиязычия в образовательной траектории обучаемого индивида на примере математических специальностей.

Современная научная литература (научные статьи, монографии, труды конференций и т.д.) по указанным выше специальностям в математике, как правило, написана и пишется сейчас на английском языке. Основным языком научных конференций также является английский.

Понятно, что все эти рассуждения можно адекватно спроецировать и на другие специальности. Самый простой пример — это медицина. Наличие такого универсального языка, как латынь обеспечивает возможность единой терминологии и возможность понимать друг друга без переводчика. Но при этом латынь как язык является мертвым языком, т.е. на сегодняшний день нет такого народа, который назовёт этот язык своим родным языком. Более того, сегодня мы и не замечаем, что практически вся научно-информационная лексика латинского происхождения. Мы просто ею пользуемся. Кроме латыни, мы также активно используем элементы древнегреческого языка. В казахском языке определенные элементы арабского и фарси, по словам специалистов, соответственно составляют примерно 25 и 19 %. То есть даже не предпринимая дополнительных усилий по освоению других языков, мы обречены, в хорошем смысле слова, на полиязычие.

Обратимся к этимологии слова *цифра*, на самом деле оно восходит к арабскому слову *сыфр*, что означает там понятие *нуль* [9]. Так вот само существование понятия *нуль* имеет большое методологическое значение и лежит, собственно, в основе алгебры, хотя слово *цифра* в русском и казахском языках имеет отношение к записи любого числа, не только нуля. Таким образом, налицо положительный эффект полиязычия и, соответственно, полиперевода — мы получаем новую информацию о вещах, которая несет в себе методологическое значение.

Реалии наших дней напрямую связаны с интернетом — современным источником информации. Ни для кого не секрет, что базисным языком информатики является английский. Если учесть, что конечной целью любой исследовательской работы является применение её результата в практической жизни, а сейчас это достигается стопроцентно с помощью высоких технологий, что абсолютно точно связано с вычислениями на компьютерах, то последнее однозначно заставляет нас быть осведомленными относительно международных устоявшихся терминов в информатике. В этом случае нам кажется, что проблема перевода упрощается: надо все устоявшиеся международные термины сохранять и только согласовывать с казахским синтаксисом и семантикой [10]. Это имеет прямое отношение к проблеме полиперевода. Но в этой статье мы не будем акцентировать наше внимание на этом интересном, как нам кажется, понятии — полиперевод.

Таким образом, исходя из выше сказанного, для более быстрой реализации концепции применения научной терминологии казахского языка (в частности, в области математических исследований и преподавания математических дисциплин) и повышения уровня реального полиязычия в области математической терминологии, хотелось бы тезисно выделить следующие моменты:

- при переводе научной и учебной литературы на казахский язык с других языков в первую очередь ориентироваться на язык оригинала происхождения рассматриваемой терминологии;
- в процессе обучения на математических специальностях (и, наверное, не только математических) уделять внимание истории возникновения математической терминологии с акцентом на изучение математических значений терминов с этимологическим анализом их лингвистических особенностей;
- в процессе обучения студентов и магистрантов уделять специальное внимание методике обучения переводу научных статей по математическим дисциплинам как с английского языка на казахский, так и наоборот;
- привлекать для этих целей реально полиязычных преподавателей (английский+казахский+русский), знающих специфику математической терминологии;
- активно использовать интерактивные средства на базе научных и методических возможностей интернета в образовательном процессе.

### Список литературы

- 1 Қазақша-орысша, орысша-қазақша терминологиялық сөздік: Математика / Жалпы ред. басқ. проф. А.Құсайынов. — Алматы: Рауан, 1999. — 248 б.
- 2 Орысша-қазақша сөздік. Қазақ ССР ғылым академиясының тіл білімі институты / Жалпы ред. басқ. Қазақ ССР ҒА корреспондент мүшесі, проф. Ф.Ф. Мұсабаев; акад. Н.Т. Сауранбаев. — 2-т. — Алматы: Қазақ совет энцикл. бас ред., 1981. — 590 б.
- 3 Бектаев Қ.Б. Большой казахско-русский, русско-казахский словарь. — Алматы: Алтын Қазына, 2001. — 704 с.



- 4 Орфографиялық сөздік / Құраст. Н. Уәлиұлы, А. Фазылжанова, Қ. Күдерінова, Ф. Әнес. — Алматы: Тіл білімі институты, 2007. — 480 б.
- 5 Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В. Прохоров; Ред. кол.: С.И. Адян, Н.С. Бахвалов, В.И. Битюцков, А.П. Ершов, Л.Д. Кудрявцев, А.Л. Онищик, А.П. Юшкеевич. — М.: Сов. энцикл., 1988. — 847 с.
- 6 Франк В.Ю. Орысша-қазақша-ағылшынша пәндік-тақырыптық сөздік / Русско-казахско-английский предметно-тематический словарь / Russia-kazakh-english subject thematic dictionary: Справоч. пособие. — Алматы: Болашақ балапандары, 2000. — 288 с.
- 7 Қазақ тілінің түсіндірме сөздігі: 50 мыңға жуық сөз бен сөз тіркесі / Жалпы ред. басқ. Т.Жанұзақов. — Алматы: Дайк-Пресс, 2008. — 968 б.
- 8 Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений: Словарь-справочник. — Изд. 3-е, испр. — М.: Изд-во ЛКИ, 2008. — 248 с.
- 9 Бектаев Қ.Б. Орысша-қазақша математикалық сөздік / Ред. ф.-м.ғ.к., доцент А. Көбесов. — Алматы: Мектеп, 1986. — 296 б.
- 10 Математикалық терминдер мен сөз тіркестерінің орысша-қазақша сөздігі: Баспа кітап / Жалпы ред. басқ. Қазақстан Республикасы ҰҒА академигі, т.ғ.д., проф. Б.Жұмағұлов. — Астана, 2011. — 240 б.

А.Р.Ешкеев, Ж.А.Қағазбаев

### Математика мамандығының магистранттары мен студенттердің деңгейін көтеруде көптілділіктің рөлі

Мақала келесі сұрақтарға жауап береді: көптілділіктің кейбір аспектілері, математиканың кейбір тармақтарының арнайы терминдерді аудармасы. Математикалық пәндердің сабақ беру өндірісінде мемлекеттік тілінің қолдану деңгейін жоғарлатумен тығыз байланысқан мәселе болып табылады.

A.R.Eshkeev, Zh.A.Kagazbaev

### Multi-linguistics role in increasing the training level of mathematical students and master students

This article is devoted to the study of some aspects of multilingualism, in particular the translation of technical terms from some areas of mathematics. This problem is closely associated with increased use of the state language in the teaching of mathematics.

#### References

1. *General wording under the guidance of professor A.Kusainova*, Almaty: Rauan, 1999, 248 p.
2. *General editorship commanded correspondent Qazaq SSR NA*, professor G.G. Musabaev; academician N.T. Sauranbaev, 2, Almaty: Major revision of the Kazakh Soviet encyclopedia, 1981, 590 p.
3. *Bektaev K.B. Large Kazakh-Russian, Russian-Kazakh dictionary*, Almaty: Altyn Qazyna, 2001, 704 p.
4. *Spelling dictionary* / Compilers: N. Ualiuly, A. Fazylyzhanova, Q. Kuderinova, G. Anes, Almaty: Institut yazykoznaniiya, 2007, 480 p.
5. *Encyclopedic dictionary of Mathematics* / Editor in chief Yu.V. Prokhorov; Ed. board: S.I. Adyan, N.S. Bakhvalov, V.I. Bityuckov, A.P. Ershov, L.D. Kudryavcev, A.L. Onishchik, A.P. Yushkevich, Moscow: Soviet encyclopedia, 1988, 847 p.
6. Frank V.Yu. *Russia-kazakh-english subject thematic dictionary*: Handbook, Almaty: Bolashak balapandary, 2000, 288 p.
7. *Edited main commanded T. Zhanuzakov*, Almaty: Daik-Press, 2008, 248 p.
8. Aleksandrova N.V. History of mathematical terms, concepts, notation: Dictionary directory Izd. 3-e, corr., Moscow: Izd. LKI, 2008, 248 p.
9. Bektaev K.B. *Editor d.f.-m.n.*, docent A.Kobesov, Almaty: Mektep, 1986, 296 p.
10. *Russian-Kazakh dictionary of terms and phrases in mathematics* Pechat. Kniga. Edited main commanded academician NNA Republic of Kazakhstan, d.t.n., professor B. Zhumagulov, Astana, 2011, 240 p.

## Информационный анализ текстов различных стилей на казахском языке

Изучение иерархической структуры текста и методов его информационно-энтропийного анализа является одной из тех актуальных проблем современной лингвистики, которые продиктованы не столько его инженерными приложениями, сколько, в первую очередь, необходимостью применения объективной, количественной оценки грамматического строя и семантико-синтаксической организации текста, а также сравнительно-сопоставительного анализа родственных и неродственных языков.

*Ключевые слова:* энтропия, информация, иерархия, синергетика, информационно-энтропийный анализ.

Нами проведен информационно-энтропийный анализ большого массива современных текстов, принадлежащих к разным жанрам, тематикам и стилям казахского и русского языков.

Информационно-энтропийный анализ структуры текстов осуществлялся на основе информационной энтропии Шеннона с применением формулы классического определения вероятности [1]. Для чистоты эксперимента из текстов были удалены все знаки препинания. В результате исследований нами установлено, что любой языковой текст, от единичного слова до объемного литературного произведения, может быть представлен как система, элементами которой являются отдельные буквы и их сочетания. Кроме того, нами доказано, что энтропия текстов, принадлежащих к разным жанрам и стилям казахского и русского языков, уменьшается при переходе на более высокий уровень организации. Соответственно, информационная емкость текстов возрастает, что полностью соответствует формулировке фундаментального закона сохранения суммы информации и энтропии.

Язык — это средство обработки и передачи информации, получаемой от внешнего мира, следовательно, для более точного вычисления информации, содержащейся в одной букве казахского текста, надо знать вероятности появления различных букв. Определенный интерес в нашем исследовании представляет измерение энтропии и избыточности текста. Количество слов в тексте зависит от среднего числа букв в слове.

В наших измерениях среднее количество букв в слове равно 6. Энтропия Шеннона количественно характеризует достоверность передаваемого сигнала и используется для расчета количества информации, т.е. измерения энтропии и избыточности текста. Казахский алфавит содержит 43 буквы (42 буквы, 1 пробел), тогда по формуле Шеннона:  $H_0 = \log 43 = 5,4$  бит. Энтропия опыта, заключается в приеме одной буквы казахского текста (информация, содержащаяся в одной букве), при условии, что все буквы считаются **одинаково вероятными**. Здесь нужно отметить, что современный казахский кириллический алфавит используется в Казахстане и Монголии. В принятом в 1940 г. алфавите, разработанном С. А. Аманжоловым, 42 буквы, из них 33 буквы русского алфавита и 9 специфических букв казахского языка: **Ә, Ғ, Қ, Ң, Ө, Ұ, Ү, Ы, І**. Первоначально казахские буквы размещались после букв русского алфавита, затем каждую из них поставили после русских букв, сходных по звучанию.

*Энтропия научного стиля речи.* В качестве примера для информационного анализа был рассмотрен казахский текст научного стиля речи. Материалом для эксперимента послужил отрывок из учебного пособия по музыке М.А.Оразалиевой: *Әр халықтың әні, музыкасы бар. Біздің халықтың да жақсы көріп орындайтын, тыңдайтын музыкасы көп. Музыканың тамыры дегеніміз — ата-бабаларымыздың орындаған әндері мен күйлері. Олар жыл өткен сайын өсе түседі, жаңарып көбейеді. Музыка тамыры — халықтың әндері, күйлері, жырлары. Музыка тамыры ағаштың тамыры сияқты ешқашан ескірмейді, солмайды. Жылма-жыл халық музыкасы да жаңа әндермен, күйлермен толығып отырады. Халық музыкасы дегеніміз — барлық музыканың атасы, яғни оның тамыры. Музыка тамыры — бар музыканың бастау бұлағы.*

Текст для подсчета: *Әр халықтың әні музыкасы бар Біздің халықтың да жақсы көріп орындайтын тыңдайтын музыкасы көп Музыканың тамыры дегеніміз ата бабаларымыздың орындаған әндері мен күйлері Олар жыл өткен сайын өсе түседі жаңарып көбейеді Музыка тамыры халықтың әндері күйлері жырлары Музыка тамыры ағаштың тамыры сияқты ешқашан ескірмейді солмайды Жылма жыл халық музыкасы да жаңа әндермен күйлермен толығып отырады Халық музыкасы дегеніміз барлық музыканың атасы яғни оның тамыры Музыка тамыры бар музыканың бастау бұлағы*

Текст содержит знаков с пробелами — 500, без пробелов — 431. Для расчета относительных частот использована формула классического определения вероятности

$$P = \frac{m}{n},$$

где  $n$  — число всех букв;  $m$  — число рассматриваемой буквы.

Ориентировочные значения частот отдельных букв казахского языка представлены в таблице 1 (тире здесь обозначает пробел между словами). В таблице буквы расположены по мере убывания относительных частот.

Т а б л и ц а 1

## Значения частот отдельных букв

Буква	ы	а	р	м	н	е	т	
Относ. частота	0,138	0,124	0,112	0,052	0,05	0,044	0,042	0,042
Буква	к	л	д	і	з	ң	с	у
Относ. частота	0,036	0,036	0,034	0,032	0,028	0,026	0,026	0,022
Буква	б	й	қ	ж	о	ә	ө	х
Относ. частота	0,018	0,018	0,018	0,014	0,014	0,01	0,01	0,01
Буква	ғ	п	ү	ш	г	и	я	ұ
Относ. частота	0,008	0,008	0,008	0,006	0,004	0,004	0,004	0,002

Приравняв эти частоты вероятностям появления соответствующих букв, получим на основании информационной энтропии Шеннона формулу для расчета максимального значения энтропии текста при учете одной буквы казахского текста:

$$H_1 = H(\alpha_1) = -0,138 \cdot \log_2(0,138) - 0,124 \cdot \log_2(0,124) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 4,3598.$$

Ориентировочные значения частот двухбуквенных сочетаний казахского языка представлены в таблице 2 (тире здесь обозначает пробел между словами), буквы расположены по мере убывания относительных частот.

Т а б л и ц а 2

## Значения частот двухбуквенных сочетаний

Сочетание	ы -	- м	ры	ың	ң -	му	уз	зы
Относ. частота	0,032	0,022	0,022	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
Сочетание	ык	ка	ты	- т	та	н -	і -	а -
Относ. частота	0,020	0,020	0,018	0,018	0,018	0,018	0,016	0,016
Сочетание	ыр	лы	- б	ар	- ж	мы	ал	ық
Относ. частота	0,016	0,016	0,014	0,014	0,014	0,014	0,012	0,012
Сочетание	ас	сы	ба	- к	ам	ен	ер	- х
Относ. частота	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,001
Сочетание	ха	да	рі	- о	ын	нд	ан	де
Относ. частота	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,001
Сочетание	р -	қт	- ә	ән	ді	- д	п -	ай
Относ. частота	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008
Сочетание	ны	ла	ме	жы	ні	із	жа	кө
Относ. частота	0,008	0,008	0,008	0,008	0,006	0,006	0,006	0,006
Сочетание	- а	ды	кү	үй	йл	ле	ол	ыл
Относ. частота	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
Сочетание	- с	рм	к -	ор	йт	ег	ге	ім
Относ. частота	0,006	0,006	0,006	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
Сочетание	мі	ат	з -	зд	ағ	ға	л -	- ө
Относ. частота	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
Сочетание	се	ед	аң	на	ып	ей	рл	аш
Относ. частота	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
Сочетание	- е	йд	лм	ма	әр	бі	ің	ақ
Относ. частота	0,004	0,004	0,004	0,004	0,002	0,002	0,002	0,002
Сочетание	кс	өр	іп	ңд	өп	ым	ыз	өт
Относ. частота	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002

Продолжение таблицы 2

Сочетание	тк	ке	са	йы	өс	е-	тү	аб
Относ. частота	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Сочетание	үс	өб	бе	йе	шт	си	ия	як
Относ. частота	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Сочетание	еш	шк	ка	ша	ес	ск	кі	ір
Относ. частота	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Сочетание	со	то	ығ	ғы	от	ра	ад	-я
Относ. частота	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Сочетание	яғ	ғн	ни	и -	он	ст	ау	у -
Относ. частота	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
Сочетание	бұ	ұл						
Относ. частота	0,002	0,002						

Далее подсчитаем условную энтропию  $H_2 = H\alpha_1(\alpha_2)$  опыта  $\alpha_2$ , состоящего в определении одной буквы казахского текста, при условии, что нам известен исход опыта  $\alpha_1$ , состоящего в определении предшествующей буквы того же текста:

$$H_2 = H\alpha_1(\alpha_2) = H(\alpha_1\alpha_2) - H(\alpha_1) = -0,032 \cdot \log_2(0,032) - 0,022 \cdot \log_2(0,022) - \dots - \\ - (0,002) \cdot \log_2(0,002) + 0,138 \cdot \log_2(0,138) + 0,124 \cdot \log_2(0,124) + \dots + \\ + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 2,3444.$$

Аналогично этому можно определить и энтропию  $H_3$  текста при учете трех букв казахского текста:

$$H_3 = H\alpha_1\alpha_2(\alpha_3) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) - H(\alpha_1\alpha_2) = -0,020 \cdot \log_2(0,020) - \\ - 0,020 \cdot \log_2(0,020) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,032 \cdot \log_2(0,032) + \\ + 0,022 \cdot \log_2(0,022) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,852;$$

$$H_4 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3(\alpha_4) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) = -0,020 \cdot \log_2(0,020) - \\ - 0,020 \cdot \log_2(0,020) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,020 \cdot \log_2(0,020) + \\ + 0,020 \cdot \log_2(0,020) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,2813;$$

$$H_5 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4(\alpha_5) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) = \\ = -0,020 \cdot \log_2(0,020) - 0,020 \cdot \log_2(0,020) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,020 \cdot \log_2(0,0020) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,1832;$$

$$H_6 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5(\alpha_6) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) = \\ = -0,020 \cdot \log_2(0,020) - 0,020 \cdot \log_2(0,020) - 0,012 \cdot \log_2(0,012) - \dots - \\ - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,020 \cdot \log_2(0,0020) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,1657.$$

В результате были получены следующие значения (в битах):  $H_1$   $H_2$   $H_3$   $H_4$   $H_5$   $H_6$   
4,3598      2,3444      0,852      0,2813      0,1882      0,1657.

Отсюда можно заключить, что для казахского языка энтропия текста уменьшается при переходе на более высокий уровень организации, при этом увеличивается информационная емкость текста, что подтверждает развитие языка по закону сохранения суммы информации и энтропии.

*Энтропия публицистического стиля речи.* На стилистику публицистической, прежде всего газетной, речи сильное влияние оказывает массовый характер коммуникации. Республиканская газета «Егемен Қазақстан» — официальная ежедневная правительственная газета на казахском языке, которая дает официальную информацию о деятельности государственных органов власти, публикует нормативные правовые акты, а также информацию уполномоченных государственных органов по вопросам внутренней и внешней политики.

Текст [2] содержит знаков с пробелами — 500, без пробелов — 438. В результате подсчета энтропии текста при учете одной буквы:

$$H_1 = H(\alpha_1) = -0,124 \cdot \log_2(0,124) - 0,086 \cdot \log_2(0,086) - \dots - \\ - 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 4,4253.$$

Энтропия текста при учете двухбуквенных сочетаний:

$$H_2 = H\alpha_1(\alpha_2) = H(\alpha_1\alpha_2) - H(\alpha_1) = -0,028 \cdot \log_2(0,028) - 0,026 \cdot \log_2(0,026) - \dots -$$

$$-(0,002) \cdot \log_2(0,002) + 0,124 \cdot \log_2(0,124) + 0,086 \cdot \log_2(0,086) + \dots + \\ + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 2,7267.$$

Энтропия текста при учете трехбуквенных сочетаний:

$$H_3 = H\alpha_1\alpha_2(\alpha_3) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) - H(\alpha_1\alpha_2) = -0,01 \cdot \log_2(0,01) - \\ - 0,01 \cdot \log_2(0,01) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,028 \cdot \log_2(0,028) + \\ + 0,026 \cdot \log_2(0,026) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 1,0687.$$

Энтропия текста при учете четырех букв:

$$H_4 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3(\alpha_4) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) = \\ = -0,008 \cdot \log_2(0,008) - 0,008 \cdot \log_2(0,008) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,01 \cdot \log_2(0,01) + 0,01 \cdot \log_2(0,01) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,3301.$$

Энтропия текста при учете пяти букв:

$$H_5 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4(\alpha_5) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) = \\ = -0,008 \cdot \log_2(0,008) - 0,008 \cdot \log_2(0,008) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,008 \cdot \log_2(0,008) + 0,008 \cdot \log_2(0,008) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,1198.$$

Энтропия текста при учете шести букв:

$$H_6 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5(\alpha_6) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) = \\ = -0,008 \cdot \log_2(0,008) - 0,006 \cdot \log_2(0,006) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,008 \cdot \log_2(0,008) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,0657.$$

В ходе нашего исследования при подсчете числа повторений различных буквенных комбинаций в публицистическом тексте были получены следующие значения (в битах):  $H_1 H_2 H_3 H_4 H_5 H_6$

$$4,4253 \quad 2,7267 \quad 1,0687 \quad 0,3301 \quad 0,1198 \quad 0,0657.$$

Таким образом, подсчеты показали, что с переходом на более высокий уровень организации происходит уменьшение энтропии.

*Энтропия официально-делового стиля речи.* Проанализировав текст научного стиля речи, обратимся к официально-деловому стилю [3]. Текст содержит знаков с пробелами — 500, без пробелов — 434. Используя классическую формулу определения вероятности, рассчитаем для него относительные частоты отдельных букв и относительные частоты по мере убывания. Приравняв эти частоты вероятностям появления соответствующих букв, получим на основании информационной энтропии Шеннона формулу для расчета максимального значения энтропии текста при учете одной буквы казахского текста:

$$H_1 = H(\alpha_1) = -0,132 \cdot \log_2(0,132) - 0,130 \cdot \log_2(0,130) - \dots \\ - 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 4,3443.$$

Далее посчитаем условную энтропию текста при учете двух-, трех-, четырех-, пяти- и шестибуквенных сочетаний:

$$H_2 = H\alpha_1(\alpha_2) = H(\alpha_1\alpha_2) - H(\alpha_1) = -0,028 \cdot \log_2(0,028) - 0,028 \cdot \log_2(0,028) - \dots - \\ - (0,002) \cdot \log_2(0,002) + 0,132 \cdot \log_2(0,132) + 0,130 \cdot \log_2(0,130) + \dots + \\ + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 2,6006.$$

$$H_3 = H\alpha_1\alpha_2(\alpha_3) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) - H(\alpha_1\alpha_2) = \\ = -0,016 \cdot \log_2(0,016) - 0,012 \cdot \log_2(0,012) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,028 \cdot \log_2(0,028) + 0,028 \cdot \log_2(0,028) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 1,0225.$$

$$H_4 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3(\alpha_4) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) = \\ = -0,012 \cdot \log_2(0,012) - 0,008 \cdot \log_2(0,008) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,016 \cdot \log_2(0,016) + 0,012 \cdot \log_2(0,012) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,2665.$$

$$H_5 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4(\alpha_5) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) = \\ = -0,008 \cdot \log_2(0,008) - 0,006 \cdot \log_2(0,006) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,012 \cdot \log_2(0,012) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,2012.$$

$$H_6 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5(\alpha_6) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) = \\ = -0,006 \cdot \log_2(0,006) - 0,006 \cdot \log_2(0,006) - 0,006 \cdot \log_2(0,006) - \dots -$$

$$-0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,008 \cdot \log_2(0,008) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,095.$$

В результате были получены следующие значения (в битах):  $H_1$   $H_2$   $H_3$   $H_4$   $H_5$   $H_6$   
 4,3443      2,60061,0225      0,2665      0,2012      0,095.

*Энтропия разговорно-бытового стиля речи.* Для информационно-энтропийного анализа разговорно-бытового стиля речи рассмотрен отрывок из повести С.Муратбекова «Жабайы алма» («Дикая яблоня») [4]. Текст содержит знаков с пробелами — 500, без пробелов — 434. В результате исследования энтропия текста при учете одной буквы казахского текста равна

$$H_1 = H(\alpha_1) = -0,162 \cdot \log_2(0,162) - 0,1 \cdot \log_2(0,1) - \dots - \\ -0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 4,3873.$$

Энтропия двухбуквенных сочетаний  $H_2 = H\alpha_1(\alpha_2)$  опыта  $\alpha_2$ , состоящего в определении одной буквы текста, при условии, что нам известен исход опыта  $\alpha_1$ , состоящего в определении предшествующей буквы того же текста, равна:

$$H_2 = H\alpha_1(\alpha_2) = H(\alpha_1\alpha_2) - H(\alpha_1) = -0,022 \cdot \log_2(0,022) - \\ -0,020 \cdot \log_2(0,020) - \dots - (0,002) \cdot \log_2(0,002) + 0,162 \cdot \log_2(0,162) + \\ + 0,1 \cdot \log_2(0,1) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 2,7843.$$

Энтропия текста при учете трехбуквенных сочетаний:

$$H_3 = H\alpha_1\alpha_2(\alpha_3) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) - H(\alpha_1\alpha_2) = \\ = -0,012 \cdot \log_2(0,012) - 0,01 \cdot \log_2(0,01) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,022 \cdot \log_2(0,022) + 0,02 \cdot \log_2(0,02) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 1,0557.$$

Энтропия текста при учете четырех букв:

$$H_4 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3(\alpha_4) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3) = -0,006 \cdot \log_2(0,006) - \\ -0,006 \cdot \log_2(0,006) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,012 \cdot \log_2(0,012) + \\ + 0,01 \cdot \log_2(0,01) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,3187.$$

Энтропия текста при учете пяти букв имеет следующее приближенное значение:

$$H_5 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4(\alpha_5) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4) = \\ = -0,004 \cdot \log_2(0,004) - 0,004 \cdot \log_2(0,004) - \dots - 0,002 \cdot \log_2(0,002) + \\ + 0,006 \cdot \log_2(0,006) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,1265.$$

И, наконец, энтропия при учете шестибуквенных сочетаний данного текста равна

$$H_6 = H\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5(\alpha_6) = H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5\alpha_6) - H(\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4\alpha_5) = \\ = -0,004 \cdot \log_2(0,004) - 0,004 \cdot \log_2(0,004) - 0,004 \cdot \log_2(0,004) - \dots - \\ -0,002 \cdot \log_2(0,002) + 0,004 \cdot \log_2(0,004) + \dots + 0,002 \cdot \log_2(0,002) \approx 0,056.$$

В результате были получены следующие значения (в битах):  $H_1$   $H_2$   $H_3$   $H_4$   $H_5$   $H_6$   
 4,3873      2,78431,0557      0,3187      0,1265      0,056.

Нами были проанализированы тексты *научного, публицистического, официально-делового, разговорно-бытового* стилей речи казахского языка. Цифры показывают, что энтропия  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ ,  $H_4$ ,  $H_5$  и  $H_6$  для данных стилей практически равна (в битах). Отличие заключается в следующем:

Т а б л и ц а 3

**Сравнительные значения энтропии текста научного, публицистического, официально-делового и разговорно-бытового стилей речи**

Энтропия	Стили речи			
	научный	публицистический	официально-деловой	разговорно-бытовой
$H_1$	4,3598	4,4253	4,3443	4,3873
$H_2$	2,3444	2,7267	2,6006	2,7843
$H_3$	0,852	1,0687	1,0225	1,0557
$H_4$	0,2813	0,3301	0,2665	0,3187
$H_5$	0,1882	0,1198	0,2012	0,2165
$H_6$	0,1637	0,0657	0,095	0,056

Таким образом, подсчеты показали, что исследованные стили языка имеют примерно одинаковый уровень избыточности и энтропии. Полный анализ показывает, что план построения сложной информационной системы может формироваться только на верхних иерархических уровнях и оттуда спускаться на лежащие ниже уровни, задавая на них тот или иной порядок чередования элементов [5, 6].

Используемый теорией информации статистический метод учета межбуквенных корреляций в литературных текстах обоих языков зависит от смыслового контекста, и одна, и две, и три буквы и т.д. могут быть в одних случаях самостоятельным словом, а в других — входить в состав других слов. Очевидно, что рассматриваемые сочетания букв относятся к различным иерархическим уровням текста, однако подобное разграничение уровней может осуществляться только по смыслу, который заключает в себе анализируемый текст. Причины возникновения исследуемого порядка всегда остаются за пределами компетенции статистических методов. Находясь как бы на нижних уровнях некой упорядоченной иерархической структуры, вооруженная статистическими методами наука исследует не само действие порождающих исследуемый порядок причин, а лишь его результат. В настоящей работе вероятностная функция энтропии нами использована для строгого определения количества информации и энтропии текстов на уровне букв, но не на уровне слов, так как из слов можно составить практически неограниченное количество текстов. Используя текст в качестве универсальной модели, можно установить те пределы изменчивости, в которых могут осуществляться самоорганизация и развитие лингвистических систем.

#### Список литературы

- 1 Кажикенова С.Ш., Гладкова М. Информационно-энтропийный анализ сложных иерархических систем // Вестн. Караганд. ун-та. — Сер. математика. — 2011. — № 2 (62). — С. 58–65.
- 2 Жәрімбетова Н. Ауыл шаруашылығына оң өзгерістер қажет // Егемен Қазақстан. — 2012. — 22 маус. — 2-б.
- 3 Дүйсембекова Л. Қазақ тілі: Іс қағаздарын жүргізу. — Алматы: «Мемлекеттік тілде дамыту институты» ЖШС, 2010. — 400 б.
- 4 Мұратбеков С. Жабайы алма: Повесть. — Алматы: Атамұра, 2002. — 400 б.
- 5 Ospanova B., Kazhikenova S.Sh. Information-Entropic Analysis of the Text Structure // Germany: LAP LAMBERT Academic Publ., 2013. — 236 p.
- 6 Ospanova B., Kazhikenova S.Sh., Sadykov M., Hasan M. Determination and stochasticity of hierarchical systems in lingual synergy and their application in evaluation of the writing and speaking styles of professionals // 4th International Conference on Graphic and Image Processing (ICGIP 2012). — Singapore October 6–7, 2012. — Vol. 8. — P. 768.

С.Ш.Қажыкенова, Б.Р.Оспанова

### Қазақ тіліндегі әр стильді мәтіннің ақпараттық талдауы

Мәтіннің иерархиялық құрылымын оқып-үйрену және оның ақпаратты-энтропиялық талдауының әдістері қазіргі заманғы лингвистиканың өзекті сұрақтарының бірі болып табылады. Бұл мәселелер оның инженерлік қосымшаларымен айтылмаған. Ең алдыменен, бұл грамматикалық қатардың және мәтіннің семантика-синтаксикалық ұйымдастыруының объективті, сандық бағалануына пайдалану қажеттілігінен туындаған. Сонымен қатар туыстық және туыстық емес тілдердің салыстырмалы талдауын жасауда екені белгілі.

S.Sh.Kazhikenova, B.R.Ospanova

### Information analysis of texts different styles of the kazakh language

Exploring the hierarchical structure of the text and methods of information-entropy analysis is one of the urgent problems of modern linguistics, which dictated not so much its engineering applications, much in the first place, the need to apply an objective, quantitative evaluation of grammatical structure and semantic and syntactic organization of the text, and well as comparative analysis of related and unrelated languages.

## References

- 1 Kazhikenova S.Sh., Gladkova M. *Bull. Karaganda University, Ser. Mathematics*, 2011, 2 (62), p. 58–65.
- 2 Zharimbetova N. *Egemen Kazakhstan*, 22, 2012, 2 p.
- 3 Dyisembekova L. *Kazakh language: Is kazazdaryn zhyrgizu*, Almaty: «Memleketik tilde damyту institutions» ZHSHS 2010, 400 p.
- 4 Мұратбеков С. *Zhabaiy Alma*, Almaty: Atamura, 2002, 400 p.
- 5 Ospanova B., Kazhikenova S.Sh. *Information-Entropic Analysis of the Text Structure*, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013, 236 p.
- 6 Ospanova B., Kazhikenova S.Sh., Sadykov M., Hasan M. *4th International Conference on Graphic and Image Processing (ICGIP 2012)*, Singapore October 6–7, 2012, 8, p. 768.

УДК 656.22

А.Ш.Кажикенова, К.М.Турдыбекова

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: aigul-kazhikenova@mail.ru)*

### Анализ вязкости цезия в зависимости от температуры с учетом ассоциации кластеров из кристаллоподвижных частиц

В статье рассмотрена температурная зависимость вязкости согласно концепции хаотизированных частиц. Проанализированы модели зависимости вязкости от температуры с учетом различного содержания частиц: кристаллоподвижных, жидкоподвижных и пароподвижных. Предложена новая кластерная модель температурной зависимости вязкости, позволяющая выявить поведение вязкости на широком диапазоне температур. Рассчитана энергия активации, соответствующая энергии вандерваальсовского притяжения, которая позволяет связывать между собой кластеры.

*Ключевые слова:* вязкость, концепция хаотизированных частиц, кристаллоподвижные частицы, реперная точка, ассоциации кластеров.

Эффективность многих металлургических процессов зависит от правильно и качественно выбранных условий течения процесса, а также от строгого учета физико-химических характеристик вещества, среди которых вязкость имеет существенное значение. Вязкость является наиболее структурночувствительной характеристикой расплава, дающей общее представление о внутренних силах взаимодействия частиц, и ее изучение представляет значительный научный и практический интерес. Ограниченность и неудовлетворенность существующих теоретических методов расчета вязкости, основанных на структурных модельных теориях, вызывает необходимость совершенствования существующих и разработки новых моделей, позволяющих адекватно описывать в широком диапазоне температур вязкость металлических и шлаковых расплавов и использовать результаты моделирования в решении практических задач металлургического производства.

Сотрудниками Химико-металлургического института (г. Караганда) была разработана концепция хаотизированных частиц [1], основанная на распределении Больцмана. Согласно этому подходу, все три агрегатных вещества рассматриваются с единой точки зрения по его бесструктурной составляющей, которая численно определяется долей сверхбарьерных и подбарьерных по теплосодержанию в точках плавления  $RT_{пл}$  и кипения  $RT_{кип}$  частиц согласно распределению Больцмана.

Зависимость вязкости расплавов от температуры с точки зрения концепции хаотизированных частиц может быть выражена следующими уравнениями [2]:

– с учетом тормозящего влияния на текучесть только кристаллоподвижных частиц:

$$\nu = \nu_{pen} T_{pen} / T, \quad (1)$$

где  $\nu_{pen}$  и  $T_{pen}$  — соответственно кинематическая вязкость и абсолютная температура для некоторой реперной точки, выбираемой произвольно в качестве наиболее надежного экспериментального определения;



– с учетом ослабления этого влияния жидкоподвижными частицами:

$$\nu = \frac{\nu_{pen} T_{pen} \left[ \exp(-T_{пл} / T_{pen}) - \exp(-T_{кип} / T_{pen}) \right]}{T \left[ \exp(-T_{пл} / T) - \exp(-T_{кип} / T) \right]}, \quad (2)$$

где  $T_{пл}$  и  $T_{кип}$  — соответственно температуры плавления и кипения;

– с учетом суммарного ослабления вязкости жидкоподвижными и пароподвижными частицами:

$$\nu = \frac{\nu_{pen} T_{pen} \exp(-T_{пл} / T_{pen})}{T \exp(-T_{пл} / T)} = \frac{\nu_{pen} T_{pen}}{T} \exp\left(\frac{T_{пл}}{T} - \frac{T_{пл}}{T_{pen}}\right). \quad (3)$$

Эти модели, учитывающие различное содержание кристаллоподвижных, жидкоподвижных и пароподвижных частиц, были проверены на всем доступном справочном материале по вязкости расплавов металлов. В результате было установлено [3], что нет ни одного случая неподчинения справочных данных какой-либо из трех предложенных моделей; во-вторых, эта подчиненность оказалась в согласии с периодическим законом Д.И. Менделеева.

Однако необходимость проверки каждой из трех моделей вязкости и выбора наиболее адекватной усложняет процедуру обработки данных. Это заставило более детально рассмотреть природу жидкого состояния, оставаясь в рамках концепции хаотизированных частиц. Было установлено, что более сильная зависимость от температуры может быть объяснена образованием *ассоциированных или агрегированных элементарных кластеров*, разрушение которых с повышением температуры происходит параллельно с разрушением элементарных кластеров, что и создает эффект более сильного влияния температуры на вязкость в случае формирования подобных ассоциатов или агрегатов. Это позволяет учесть данный эффект в рамках базовой модели (1) путем усиления фрагмента  $(T_{pen}/T)$ , так как учитывается вероятность соударений одинаковых частиц (в данном случае кластеров), т.е. путем возведения вероятности элементарного события в степень, равную числу соударяющихся частиц:

$$\nu = \nu_{pen} (T_{pen}/T)^a. \quad (4)$$

Здесь показатель  $a$  имеет смысл степени ассоциации  $n$ -частичных кластеров. При  $a = 1$  модель (4) сводится к модели (1), а зависимость с  $a < 1$  лишена физического смысла. Поэтому следует ожидать, что любая более сильная зависимость от температуры может быть выражена по (4) с  $a > 1$ .

Учет этого показателя позволит более детально отобразить структуру расплава с выходом на параметры, поддающиеся количественному выражению и физико-химическому контролю. Параметр  $a$  может быть определен из (4) путем логарифмирования, как

$$a = \frac{\ln(\nu/\nu_{pen})}{\ln(T_{pen}/T)}. \quad (5)$$

Для определения  $a$  целесообразно использовать все экспериментальные значения вязкости при различных температурах, за исключением значений  $\nu_{pen}$ ,  $T_{pen}$ , приводящих к неопределенности  $a = 0/0$ . Далее вычисляем среднее значение параметра агрегации:

$$\bar{a} = \frac{1}{m} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^m \frac{\ln(\nu_i/\nu_{pen})}{\ln(T_{pen}/T_i)}, \quad (6)$$

где  $i$  — переменная суммирования;  $m$  — количество вычисленных по формуле (5) значений параметра  $a$ .

Полученное по формуле (6) среднее значение проверяется на представительность по критерию однородности множества по Налимову. Затем это значение используется в уравнении (4) для получения расчетных значений и сравнения с экспериментальными по коэффициенту корреляции.

Предлагаемая обобщенная модель температурной зависимости вязкости может быть использована для расчета энергии активации вязкого течения расплава в комбинации с уравнением Френкеля, которое выведено для динамической вязкости:

$$\eta = A \exp\left(\frac{U}{RT}\right). \quad (7)$$

Здесь  $A$  и  $U$  — соответственно постоянные предэкспоненциальный множитель и энергия активации вязкого течения, смысл которых различными авторами трактуется в зависимости от предполагаемого характера межчастичного взаимодействия и квазикристаллической структуры жидкости [4].

Так как кинематическая вязкость связана с динамической вязкостью по формуле

$$\nu = \eta/\rho \quad (\rho \text{ — плотность расплава}), \quad (8)$$

то, ввиду весьма слабой зависимости плотности от температуры [4], можно напрямую заменить в уравнении (7)  $\eta$  на  $\nu$ , соответственно скорректировав параметры  $A$  и  $U$  на  $A'$  и  $E_a$ . При этом энергия активации  $E_a$ , ввиду более сильной зависимости  $\nu$  от  $T$ , будет включать и небольшую часть по энергии разуплотнения расплава, отличаясь от  $U$  в пределах точности эксперимента. Таким образом, получим уравнение

$$\nu = A' \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right). \quad (9)$$

Ранее было отмечено, что уравнение (7) справедливо для узкого диапазона температур и непригодно для полного описания жидкого состояния. Поэтому появляется необходимость представления обобщенной зависимости (4) в координатах  $\ln \nu - 1/T$  для выделения псевдопрямолинейных участков с целью обработки их по модифицированному уравнению Френкеля (9) и определением величины энергии активации разуплотнения и вязкого течения. Возможно, здесь потребуется пересчет исходных данных (при достаточности их объема) на этих участках с уточнением степени ассоциации кластеров на каждом из участков.

Необходимо отметить, что хотя выбор реперной точки не имеет принципиального значения, но ее целесообразнее фиксировать вблизи точки кристаллизации, так как при пониженных температурах вязкость определяется более надежно и имеет высокие значения. В самой же точке кристаллизации из-за возможного присутствия неопределенного количества равновесной твердой фазы вязкость эмульсии будет завышенной против вязкости чисто жидкого состояния.

Покажем применимость предлагаемой модели на примере расплава цезия.

В монографии [4] для цезия приводятся аппроксимированные температурные зависимости динамической вязкости и плотности в диапазоне температур от  $T_m = 301,6$  К до  $T_b = 943,16$  К:

$$\begin{aligned} \ln \eta &= -4,0368 - 0,4154 \ln T + 427,546/T, \text{ г/(см}\cdot\text{с)}, \\ \rho &= 1,845945 - 0,5335(T - 273,2)/1000 - 0,04268[(T - 273,2)/1000]^2, \text{ г/см}^3. \end{aligned}$$

Кинематическая вязкость из этих данных рассчитана по формуле (8) в единицах СИ [5]. В качестве реперной точки взята точка  $T_r = 350$  К и  $\nu_r = 2,913 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с.

Ранее [3] было установлено преимущество модели (3) («второй» при  $T_r = 550$  К и  $\nu_r = 1,670 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с). В данном случае при реперной точке  $T_r = 350$  К также установлено преимущество «второй» модели. Результаты расчетов вязкости по предложенным четырем моделям приведены в таблице и на рисунке 1.

Для описания температурной зависимости вязкости цезия наиболее точными являются модели (3) и обобщенная (4). Коэффициенты корреляции равны соответственно 0,99 и 0,98, значения мало отличаются друг от друга, поэтому для описания температурной зависимости вязкости цезия достаточно применить модель общего вида (4).

Среднее значение  $\bar{a} = 1,19$ . Однородность множества для  $a$  по критерию Налимова соблюдается:

$$S(x) = 0,173; \quad r_{\min}^{\max} = 2,305 < r_{cr} = 2,322.$$

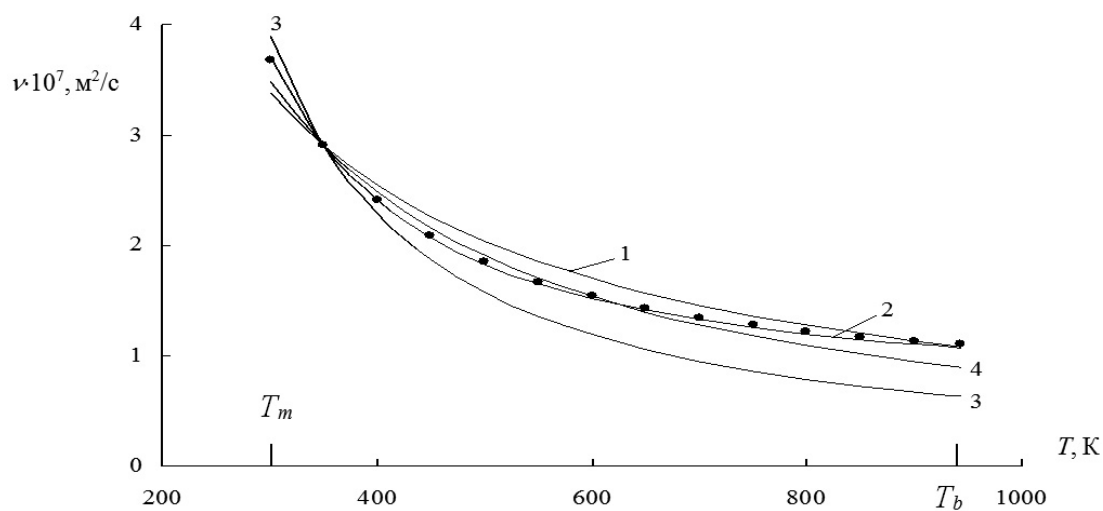
Таким образом, с учетом степени ассоциированности кластеров в качестве обобщенной модели вязкости расплавов в полном диапазоне температур можно использовать модель (4) с реперной точкой вблизи температуры плавления  $T_r = 350$  К по кинематической вязкости цезия с нахождением доверительного интервала и с округлением:

$$\nu = (0,305 \cdot 10^{-3} / T^{1,19}) \pm 1,95 \cdot 10^{-9}, \text{ м}^2/\text{с}. \quad (10)$$

Т а б л и ц а

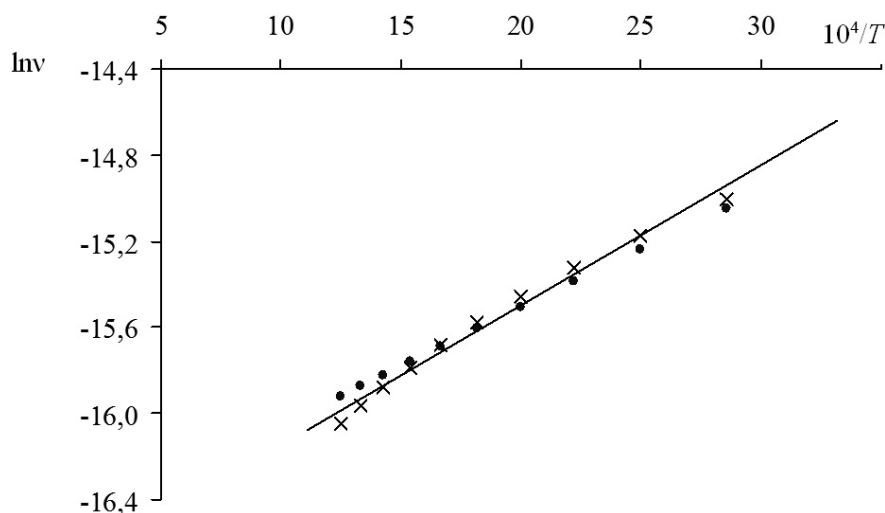
Сопоставление экспериментальных данных [5] с рассчитанными по моделям (1)–(4) значениям кинематической вязкости цезия,  $\nu \cdot 10^7$ , м<sup>2</sup>/с

$T$	$\nu(\text{эксп})$	$\nu(1)$	$\nu(2)$	$\nu(3)$	$a$	$\nu(4)$
$T_m = 301,5$	3,680	3,381	3,702	3,883	1,569	3,476
350	2,913	2,913	2,913	2,913	-	2,913
400	2,416	2,549	2,407	2,289	1,401	2,486
450	2,083	2,266	2,070	1,871	1,334	2,162
500	1,846	2,039	1,831	1,575	1,279	1,908
550	1,670	1,854	1,654	1,355	1,231	1,704
600	1,535	1,699	1,519	1,187	1,189	1,537
650	1,429	1,569	1,413	1,054	1,151	1,397
700	1,344	1,457	1,327	0,947	1,116	1,280
750	1,275	1,359	1,256	0,859	1,084	1,179
800	1,217	1,274	1,197	0,785	1,056	1,092
850	1,17	1,199	1,147	0,723	1,028	1,016
900	1,125	1,133	1,104	0,669	1,007	0,950
$T_b = 943,16$	1,1	1,081	1,072	0,629	0,982	0,898
$R$	-	0,98	0,99	0,87	-	0,98



Точки — экспериментальные данные [5], 1 — по модели (1), 2 — по (2), 3 — по (3), 4 — по (4)

Рисунок 1. Зависимость кинематической вязкости цезия от температуры:  
 $\nu$  — кинематическая вязкость;  $T$  — температура



Точки — экспериментальные данные, крестики — для модели (10), прямая — по уравнению  $\ln v = \ln A' + E_a' / (RT)$

Рисунок 2. Зависимость логарифма кинематической вязкости цезия от обратной температуры:  
 $v$  — кинематическая вязкость,  $T$  — температура

В дополнение к приведенному анализу в рассматриваемом интервале температур вычислена энергия активации для экспериментальных данных  $E_a = 4498$  Дж/моль, а для предлагаемой модели —  $E_a' = 5072$  Дж/моль.

На рисунке 2 показана зависимость логарифма кинематической вязкости цезия от обратной температуры.

### Выводы

1. Если в расплаве существуют неустойчивые зародыши твердой фазы — кластеры, состоящие из комплекса кристаллоподвижных частиц, то именно они должны препятствовать жидкотекучести металлов. Тем самым кластеры могут определять вязкость жидкости и ее зависимость от температуры. На этом основании выведена новая полуэмпирическая обобщенная модель вязкости жидких металлов в зависимости от температуры с учетом не только образования кластеров, но и степени их ассоциированности, т.е. с усилением роли кристаллоподвижных частиц.

2. В комбинации с уравнением Френкеля полученная обобщенная форма температурной зависимости вязкости может быть использована для расчета энергии активации вязкого течения расплава, но возникает необходимость представления обобщенной зависимости в координатах  $\ln v - 1/T$  для выделения псевдопрямолинейных участков с целью обработки их по модифицированному уравнению Френкеля и определениям величины энергии активации разуплотнения и вязкого течения.

### Список литературы

- 1 Малышев В.П., Турдукожаева А.М., Кажикенова А.Ш. Вязкость расплавов металлов по концепции хаотизированных частиц // Тяжелое машиностроение. — 2009. — № 6. — С. 37–39.
- 2 Малышев В.П., Нурмагамбетова А.М. Зависимость вязкости расплавов от температуры на основе концепции хаотизированных частиц // Тез. докл. XV Междунар. конф. по хим. термодинамике в России. — М., 2005. — С. 197.
- 3 Турдукожаева А.М. Применение распределения Больцмана и информационной энтропии Шеннона к анализу твердого, жидкого и газообразного состояний вещества (на примере металлов): Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.16.08. — Караганда: ХМИ, 2008. — 32 с.
- 4 Шпильрайн Э.Э., Фомин В.А., Сквородько С.Н., Сокол Т.Ф. Исследование вязкости жидких металлов. — М.: Наука, 1983. — 244 с.
- 5 Свойства элементов: Справоч. изд. — В 2кн. — Кн. 1 // Под ред. Дрица М.Е. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Изд. дом «Руда и металлы», 2003. — 448 с.

А.Ш.Қажыкенова, К.М.Тұрдыбекова

## Цезийдің тұтқырлығын кристалды жылжымалы бөлшектердің кластерлік ассоциациясын ескеріп температуралық тәуелділігін талдау

Мақалада ретсізделген бөлшектер концепциясына байланысты тұтқырлықтың температуралық тәуелділігі қарастырылған. Кристалды жылжымалы, сұйықты жылжымалы және булы жылжымалы бөлшектердің әр түрлі мөлшерін ескере отырып, тұтқырлықтың температураға тәуелділігінің моделі талқыланды. Тұтқырлық температураның кең диапазондағы тәртібін көрсету үшін тұтқырлықтың температураға тәуелділігінің жаңа кластерлік моделі ұсынылған. Кластерлерді өзара байланыстыруға мүмкіндік беретін, вандерваальс тартылыс энергиясына сәйкес, активация энергиясы есептелген.

A.Sh.Kazhikenova, K.M.Turdybekova

## The analysis of viscosity of caesium depending on temperature taking into account association of clusters from crystal moving particles

In this work are considered temperature dependence of viscosity according to the concept the haotizirovannykh of particles. Models of dependence of viscosity from temperature taking into account various maintenance of particles are analysed: kristallopodvizhnykh, жидкоподвижныи пароподвижныи of particles. The new cluster model of temperature dependence of the viscosity is offered, allowing will reveal behavior of viscosity on the wide range of temperatures. The energy of activation corresponding to energy of a vandervaalsovsky attraction which allows to connect among themselves clusters is calculated.

### References

- 1 Malyshev V.P., Turdukozhaeva A.M., Kazhikenova A.Sh. *Heavy engineering*, 2009, 6, p. 37–39.
- 2 Malyshev V.P., Nurmagametova A.M. *Tez. dokladov XV mezhd. konf. po him. termodinamike v Rossii*, Moscow, 2005, p. 197.
- 3 Turdukozhaeva A.M. *Application of the Boltzmann distribution and information Shannon entropy to the analysis of solid, liquid and gaseous states of matter (for example metals)*: Avtoref. dis... d-ra tehn. nauk: 05.16.08, Karaganda: HMI, 2008, 32 p.
- 4 Shpilrain E.E., Fomin V.A., Skovorodko S.N., Sokol T.F. *Study of viscosity of liquid metals*, Moscow: Nauka, 1983, 244 p.
- 5 Properties of elements: Ref. ed. — In 2 b. Book. 1 // Edited by Dritsa M.E., 3-e izd. pererab. i dop., Moscow: Izd. dom «Ruda i metally», 2003, 448 p.

Т.Х.Макажанова

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: Orumbayevan@mail.ru)***О выпуклости и звездности подмножеств в конечномерных пространствах**

В статье исследованы свойства построенного А.М.Рубиновым и А.А.Ягубовым пространства звездных подмножеств конечномерного евклидова пространства. Определение звездного множества имеет топологический характер. Полученные результаты свидетельствуют о том, что содержательным является совместное рассмотрение свойств выпуклости и звездности множеств и отображений со звездными образами.

*Ключевые слова:* звёздное подмножество, калибровочная функция, выпуклая оболочка, компактность.

Основные определения заимствованы из [1]:  $X = R^n - n$ -мерное евклидово пространство;  $|x|$  — евклидова норма в  $X$ ;  $B = B(0, r) = \{x \in X : |x| \leq r\}$ , ( $r > 0$ ) — замкнутый шар радиуса  $r$  с центром в  $0$ ;  $B_0 = B(0, 1)$  — единичный шар;  $M \subset X \Rightarrow clM$  — замыкание  $M$ ,  $int M$  — внутренность  $M$ ;  $frM$  — граница  $M$ .

Известно, что в  $R^n$  ограниченность множества  $M$  означает, что найдется шар  $B = B(0, r) : M \subset B$ ; компактность множества  $M$  равносильна его замкнутости и ограниченности. Тем самым для замкнутых множеств в  $R^n$  компактность и ограниченность эквивалентны.

Звездным называется замкнутое подмножество  $\Omega \subset X$ , содержащее точку  $0$  внутренней точкой и такое, что граница  $\Omega$  пересекает каждый исходящий из  $0$  луч  $Lx = \{\alpha x, \alpha \geq 0\}$  ( $x \neq 0$ ) не более чем в одной точке.

Назовем последнее свойство граничным свойством звездного множества.

Не уменьшая общности, можно считать, что звездное множество содержит  $0$  вместе с некоторой шаровой окрестностью  $B = B(0, r)$ . При этом любой шар  $B = B(0, r)$  — звездное выпуклое компактное множество в  $X = R^n$ .

Пусть  $\Omega \subset X$ ,  $0 \in int \Omega$ , определим вещественную функцию

$$P\omega(x) = \inf \{ \lambda > 0 : x \in \lambda \Omega \} \quad \forall x \in X,$$

называемую калибром множества  $\Omega$ .

В [1] показано, что вещественная функция  $P$  является калибром звездного множества  $\Omega : P = P\omega \Leftrightarrow p$ , неотрицательна, непрерывна, положительно однородна, т.е.

$$p(\alpha x) = \alpha p(x) \quad \forall \alpha \geq 0, \text{ при этом } \Omega = \{x \in X : p(x) \leq 1\}.$$

Совокупность всех звездных подмножеств в  $X$  обозначим  $S(X)$ , а совокупность их калибров —  $K(X)$ .

*Предложение 1.* Отображение  $\psi : S(X) \rightarrow K(X)$ , осуществляемое по формуле  $\psi(\Omega) = P\omega$ , является биекцией.

В пространстве  $S(X)$  вводятся алгебраические операции инверсного сложения  $\oplus$  и инверсного умножения на неотрицательные числа  $\otimes$  по формулам

$$\Omega_1 \oplus \Omega_2 = cl \bigcup_{0 \leq \alpha \leq 1} (\alpha \Omega_1 \cap (1 - \alpha) \Omega_2); \quad \alpha \otimes \Omega = \frac{1}{\alpha} \Omega, \quad \alpha > 0, \quad 0 \cdot \Omega = R^n.$$

В пространстве  $K(X)$  естественным образом вводятся операции сложения и умножения калибров на неотрицательные числа:

$$(P_1 + P_2)(x) = P_1(x) + P_2(x) \quad \forall x \in X; \quad (\alpha p)(x) = \alpha p(x) \quad \forall \alpha \geq 0 \quad \forall x \in X.$$

*Предложение 2.* Отображение  $\psi$  (предложение 1) является алгебраическим изоморфизмом пространств  $S(X)$  и  $K(X)$ .

Введенные операции превращают  $S(X)$  и  $K(X)$  в конусы.

Отметим, что роль  $0$  в  $S(X)$  играет все пространство  $R^n$ , калибром единичного шара  $B_0$  является евклидова норма  $|\cdot|$  в  $X$ .

В совокупности  $S(X)$  вводится отношение порядка по антивключению, т.е.

$$\Omega_1 \geq \Omega_2 \Leftrightarrow \Omega_1 \subset \Omega_2.$$

Множество калибров  $K(X)$  упорядочивается естественным образом:

$$P_1 \geq P_2 \Leftrightarrow P_1(x) \geq P_2(x) \quad \forall x \in X.$$

Справедливо

*Предложение 3.* Отображение  $\psi$  является порядковым изоморфизмом пространств  $S(X)$  и  $K(X)$ .

*Доказательства* предложений 1–3 в [1].

Далее везде в качестве  $S(X)$  и  $K(X)$  мы будем рассматривать упорядоченные конусы звездных множеств и их калибров с определенными выше алгебраическими операциями и порядком.

Отметим следующие результаты, описывающие свойства звездных множеств.

Напомним, что выпуклой оболочкой  $coM$  множества  $M$  называется наименьшее по включению выпуклое множество, содержащее  $M$ :

$$coM = \left\{ x = \sum_1^k \alpha_i x_i, \alpha_i \geq 0, x_i \in M \forall i = \overline{1, k}, \sum_1^k \alpha_i = 1, k = \overline{1, \infty} \right\},$$

т.е. состоит из всевозможных конечных выпуклых комбинаций элементов из  $M$ .

*Предложение 4.* Пусть

$$x_0 \in X, B = B(0, r) \Rightarrow co\{x_0 \cup B\} = \{x = \alpha x_0 + \beta y, \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta = 1, y \in B\}.$$

По определению

$$co\{x_0 \cup B\} = \left\{ x = \alpha x_0 + \sum_1^k \beta_i y_i, \alpha, \beta_i \geq 0, y_i \in B \forall i, \alpha + \sum_1^k \beta_i = 1, k = \overline{1, \infty} \right\}.$$

Таким образом, для доказательства предложения нам нужно проверить включение

$$co\{x_0 \cup B\} \subset \{x = \alpha x_0 + \beta y, \text{ где } \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta = 1, y \in B\}.$$

Пусть  $x = \alpha x_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i y_i$ ,  $\alpha, \beta_i \in co\{x_0 \cup B\}$ ,  $y = \sum_{i=1}^k \beta_i y_i$ , тогда  $y = \alpha \cdot 0 + \sum_{i=1}^k \beta_i y_i$ , т.е.  $y$  — выпуклая

комбинация элементов  $0, y_1, y_2, \dots, y_k$  из  $B$  и  $y \in B$  в силу выпуклости  $B$ , при этом  $x = \alpha x_0 + y$ .

Пусть  $\beta = 1 - \alpha$ ,  $0 \leq \beta \leq 1$ ,  $y' = \beta y = \alpha \cdot 0 + (1 - \alpha)y \in B$  в силу выпуклости  $B$ , но тогда  $x = \alpha x_0 + \beta y'$ , что и требовалось доказать.

*Замечание 1.*  $co\{x_0 \cup B\}$  можно представить и в виде

$$co\{x_0 \cup B\} = \{\alpha x_0 + (1 - y)y, 0 \leq \alpha \leq 1, y \in B\} = \{\alpha x_0 + (1 - \alpha)B, 0 \leq \alpha \leq 1\}.$$

*Предложение 5.* Пусть  $Lx_0 = \{\alpha x_0, \alpha \geq 0\}$  — луч, исходящий из  $0$ , проходящий через точку  $x_0 \neq 0$ ,  $x_1 = \alpha_1 x_0$ ,  $x_2 = \alpha_2 x_0 \in Lx_0$  и  $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ ,  $B = B(0, r) \Rightarrow \exists$  — шар

$$B_1 = B(0, r_1): x_1 + B_1 \subset co\{x_0 \cup B\}.$$

*Доказательство.* Из условий  $\alpha_2 > \alpha_1 > 0$  имеем  $\alpha_2 - \alpha_1 > 0$  и  $\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} r > 0$ , поэтому

$$\exists r_1 : 0 < r_1 < \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} r.$$

Пусть  $B_1 = B(0, r_1) = \{x : |x| \leq r_1\}$ ,  $x = x_1 + y$ , где  $y \in B_1$ , т.е.  $|y| \leq r_1$ . В силу того, что

$$x_1 = \alpha_1 x_0 = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_2} x_0 = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} x_2, \quad \text{а} \quad y = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} y \right) = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} y_1, \quad \text{где} \quad y_1 = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} y,$$

$|y_1| = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} |y| \leq \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} r_1 < \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} r = r$ , т.е.  $y_1 \in B$ , получаем равенство

$$x = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} x_2 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2} y_1.$$

Учитывая, что  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \geq 0$ ,  $\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} \geq 0$ ,  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2} = 1$ ,  $y_1 \in B$ , имеем, что  $x \in co\{x_2 \cup B\}$ .

*Замечание 2.*  $V = x_1 + B_1$  — шаровая окрестность точки  $x_1$  и  $V \subset co\{x_2 \cup B\}$ , т.е.  $x_1 \in \text{int } co\{x_2 \cup B\}$ .

*Предложение 6.* Пусть  $B = B(0, r)$ ,  $x_0 \in X \Rightarrow co\{x_0 \cup B\}$  — звездное компактное множество.

*Доказательство.* Как отмечалось,  $B = B(0, r)$  — компактное множество в  $X = R^n$ ;  $\{x_0\}$  — компактное  $\Rightarrow$ , компактным будет и множество  $\{x_0 \cup B\}$ . Кроме того [2], компактной будет и выпуклая оболочка  $co\{x_0 \cup B\}$ , откуда  $co\{x_0 \cup B\}$  замкнута. Из определения  $co\{x_0 \cup B\} \supset B = B(0, r)$ . Осталось показать, что каждый исходящий из 0 луч  $Lx_0 = \{\alpha y_0, \alpha \geq 0\}$  ( $y_0 \neq 0$ ) пересекается с границей  $frco\{x_0 \cup B\}$  не более чем в одной точке.

Предположим, что  $\exists y_1 = \beta_1 y_0, y_2 = \beta_2 y_0 \in Ly_0, \beta_1 < \beta_2 : y_1, y_2 \in frco\{x_0 \cup B\}$ . Тогда  $y_1, y_2 \in co\{x_0 \cup B\}$  в силу замкнутости  $co\{x_0 \cup B\}$ , откуда  $co\{y_2 \cup B\} \subset co\{x_0 \cup B\}$ .

Из замечания 2 имеем, что  $y_1 \in \text{int } co\{y_2 \cup B\}$ , но  $\text{int } co\{y_2 \cup B\} \subset \text{int } co\{x_0 \cup B\}$ , т.е.  $y_1 \in \text{int } co\{x_0 \cup B\}$ , следовательно,  $y_1$  не может быть граничной точкой  $co\{x_0 \cup B\}$ .

*Предложение 7.* Если  $U$  — компактное звездное множество  $\Rightarrow coU$  — звездное выпуклое компактное множество.

*Доказательство.* Так как множество  $U$  — компактно, то ([2])  $coU$  — также компактное выпуклое множество,

$0 \in \text{int } U, U \subset coU \Rightarrow \text{int } U \subset \text{int } coU$ , откуда  $0 \in \text{int } coU$ , т.е.  $\exists B = B(0, r) \subset coU$ .

Предположив, что  $(Lx_0 \cap coU) \ni x_1 = \alpha_1 x_0, x_2 = \alpha_2 x_0$ , где  $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ , из замечания 2 получим, что  $x_1 \in \text{int } co\{x_2 \cup B\}$ . Но  $x_2 \in \text{int } coU; B \subset coU \Rightarrow co\{x_2 \cup B\} \subset coU$ , а тогда  $x_1 \in \text{int } coU$ , т.е.  $x_1$  не может быть граничной, следовательно, никакой луч  $Lx$  не может иметь двух различных граничных точек множества  $coU$ .

Далее будем рассматривать точечно-множественные (т.е. сопоставляющие точке множества) отображения, определенные на  $X$  и действующие в пространство звездных множеств:

$$S(X) : X \rightarrow S(X).$$

Отображения наделяются свойствами, связанными с наличием в  $S(X)$  алгебраической и порядковой структур, а также представляющими самостоятельный интерес в теории точечно-множественных отображений.

Пусть отображение  $f : X \rightarrow S(X)$ . Если  $U \subset X$ , то по определению  $f(U) = \bigcap_{x \in U} f(x)$ , откуда следует, что образ любого множества является замкнутым множеством. Пусть отображение  $f$  удовлетворяет условиям:

- 1)  $f(x)$  — выпукло  $\forall x \in X$ ;
- 2)  $f$  положительно однородно, т.е.  $f(\alpha x) = \alpha \otimes f(x) \forall x \in X, \forall \alpha \geq 0$ ;
- 3)  $\exists B = B(0, r) : f(x) \supset B \forall x \in B_0$ .

*Замечание 3.* Из условия положительной однородности  $f$  следует, что  $f(0) = R^n$ . Действительно, так как  $f(0)$  звездное, то  $0 \in f(0)$ . Предположим, что  $\exists x \neq 0 : x \notin f(0)$ . Пусть  $|x| = r > 0$ , в силу звездности  $f(0)$  существует шар  $B_1 = B(0, r_1) \subset f(0)$ , но тогда точка  $\frac{r_1}{r} x \in B_1$ , так как  $\left| \frac{r_1}{r} x \right| = \frac{r_1}{r} r = r_1$ , откуда в силу положительной однородности



$$f\left(\frac{r}{r_1}0\right) = f(0) = \frac{r}{r_1}f(0) \supset \frac{r}{r_1}B_1 \supset \frac{r}{r_1} \cdot \frac{r_1}{r}x = x.$$

Получили противоречие.

*Замечание 4.* Условие 3)  $f(x) \supset B \quad \forall x \in B_0$  равносильно в  $S(X)$  неравенству  $f(x) \leq B \quad \forall x \in B_0$ , т.е. отображение  $f$ , рассматриваемое на единичном шаре  $B_0$  в  $X$ , является ограниченным сверху в  $S(X)$ . Кроме того,  $\forall x \neq 0$  имеем  $x = |x| \cdot \frac{x}{|x|}$ , где  $\frac{x}{|x|} \in B_0$ , тогда

$$f(x) = f\left(|x| \cdot \frac{x}{|x|}\right) = |x| \cdot f\left(\frac{x}{|x|}\right) \supset |x| \cdot B = \frac{B}{|x|}.$$

Для отображения  $f$ , удовлетворяющего условиям 1)–3), справедливо

*Предложение 8.* Если  $U$  — компактное в  $X$  множество  $\Rightarrow f(U)$  — выпуклое звездное множество.

*Доказательство.* Если  $U = \{0\}$ , то  $f(U) = f(0) = R^n$  — звездное и выпуклое. Пусть  $U \neq \{0\}$ , тогда, по определению,  $f(U) = \bigcap_{x \in U} f(x)$  замкнуто и выпукло как пересечение замкнутых и выпуклых множеств  $f(x)$ .

Покажем, что  $f(U)$  содержит некоторый шар  $B = B(0, r)$ . В силу положительной однородности  $f(x) = f\left(|x| \cdot \frac{x}{|x|}\right) = |x| \cdot f\left(\frac{x}{|x|}\right)$  ( $x \neq 0$ ),  $f(0) = R^n$  (замечание 2) и  $\left|\frac{x}{|x|}\right| = \frac{|x|}{|x|} = 1$ , т.е.  $\frac{x}{|x|} \in B_0$ .

По определению  $f(U) = \bigcap_{x \in U} f(x)$  (можно считать  $x \neq 0$ , так как  $f(0) = R^n$  не влияет на пересечение множеств),  $f(U) = \bigcap_{x \in U} f\left(\frac{|x| \cdot x}{|x|}\right) = \bigcap_{x \in U} |x| \cdot f\left(\frac{x}{|x|}\right)$  и с учетом свойства 3) имеем

$$f(U) \supset \bigcap_{x \in U} |x| \otimes B = \bigcap_{x \in U} \frac{B}{|x|}.$$

Евклидова норма  $|x|$  — непрерывная функция в  $X$ , множество  $U$  компактно в  $X$ , поэтому  $\exists \max_{x \in U} |x| = c < +\infty$  ( $c > 0$ , так как  $U \neq \{0\}$ ). Но тогда справедливо включение  $\frac{B}{|x|} \supset \frac{B}{c} \quad \forall x \in U$  и поэтому  $f(U) \supset \frac{B}{c} = B\left(0, \frac{r}{c}\right)$ . Для проверки звездности множества  $f(U)$  осталось показать, что пересечение границы множества  $f(U) = \bigcap_{x \in U} f(x)$  с любым исходящим из 0 лучом не может содержать более одной точки.

Предположим, что найдется луч  $Lx_0 = \{\alpha x_0, \alpha \geq 0\} : Lx_0 \cap \text{fir}f(U) \ni \alpha_1 x_0, \alpha_2 x_0$ , где  $0 < \alpha_1 < \alpha_2$ . Точки  $\alpha_1 x_0 \in \text{fir}f(U)$ ,  $\alpha_2 x_0 \in \text{fir}f(U)$  в силу замкнутости множества  $f(U)$ .

Как было показано выше, существует шар  $B = B(0, r) \subset f(U)$ , а так как  $\alpha_2 x_0 \in f(U)$  и  $f(U)$  выпукло, то  $\text{co}\{\alpha_2 x_0 \cup B\} \subset f(U)$ .

Из замечания 2 имеем, что  $x_1 = \alpha_1 x_0 \in \text{int co}\{\alpha_2 x_0 \cup B\}$ ,  $\text{co}\{\alpha_2 x_0 \cup B\} \subset f(U)$ , откуда  $\text{int co}\{\alpha_2 x_0 \cup B\} \subset \text{int}f(U)$ , т.е.  $x_1 = \alpha_1 x_0 \in \text{int}f(U)$ , а потому точка  $x_1 = \alpha_1 x_0$  не может быть граничной точкой множества  $f(U)$ .

*Замечание 5.* Для компактности множества  $f(U)$  в  $X = R^n$  необходима и достаточна замкнутость и ограниченность  $f(U)$ . Замкнутость  $f(U)$  следует из звездности  $f(U)$ , ограниченность равносильна существованию шара  $B = B(0, r) : f(U) \subset B$ .

Условие ограниченности множества  $f(U)$  можно получить, полагая, например, что  $\exists x_0 \in U : f(x_0)$  ограничено (а значит, компактно) в  $X$ .

*Замечание б.* Так как в условиях предложения 8 образ множества определяется по формуле  $f(U) = \bigcap_{x \in U} f(x)$  и  $f(U)$  — звездное, то  $f(U) = \sup_{x \in U} f(x)$  в пространстве в  $S(X)$ .

#### Список литературы

- 1 *Rubinov A.M. and Jagubov A.A.* The space of star-shaped sets and its applications in nonsmooth optimization. — Jaxenburg, Austria. — 1984.
- 2 *Шефер Х.* Топологические векторные пространства. — М.: Мир, 1971. — С. 87–94.

Т.Х.Макажанова

### **Ақырлы өлшемді кеңістіктердің ішкі кеңістіктерінің дөңестігі мен жұлдыздылығы туралы**

Мақалада ақырлы өлшемді евклидтік кеңістіктің жұлдызды ішкі жиындарынан құрған А.М.Рубинов пен А.А.Ягубовтардың кеңістігінің қасиеттері зерттелді. Жұлдызды жиынның анықтамасының топологиялық сипаты бар. Алынған нәтижелер жиындардың дөңестік пен жұлдыздық қасиеттерін және бейнелері мен бейнелеулерін бірге қарастыру мазмұнды болатынын растайды.

Т.Кh.Makazhanova

### **On the convexity and star-shapeness of subsets of finite-dimensional spaces**

The properties of space is the space of star-shaped subsets of finite-dimensional Euclidean space building by A.M.Rubinov and A.A.Yagubov in this article was investigated. Determination of the star-shaped set has a topological character. The results obtained in this paper is a joint consideration of the properties of the convexity and star-shapeness of sets and maps with star-shaped images.

#### References

- 1 *Rubinov A.M. and Jagubov A.A.* *The space of star-shaped sets and its applications in nonsmooth optimization*, Jaxenburg, Austria, 1984.
- 2 *Shefer Kh.* *Topological vector spaces*, Moscow: Mir, 1971, p. 87–94.

Е.Д.Нургабылов, Д.Н.Нургабыл

*Жетысуский государственный университет им. И.Жансугурова, Талдыкорган (E-mail:kebek.kz@mail.ru)***Об одном явлении граничного скачка сингулярно возмущенной краевой задачи**

В статье предложен алгоритм построения аналитического представления решения сингулярно возмущенной краевой задачи. Доказана теорема существования и единственности решения краевой задачи. Найдено асимптотическое представление решения краевой задачи. Сформулированы правила выбора условий для вырожденных уравнений. Определены величины граничных скачков и рост производных по малому параметру.

*Ключевые слова:* возмущенная краевая задача, асимптотическое представление, теорема существования и единственности решения, явления граничного скачка, малый параметр.

*Постановка задачи.* В [1, 2] было исследовано асимптотическое поведение решения сингулярно возмущенной краевой задачи с начальными скачками в случае, когда уравнение

$$\mu^3 + a(t)\mu^2 = 0$$

имеет корни  $\mu_{1,2} = 0$ ,  $\mu_3 = -a(t) < 0$ . Этот случай называется устойчивым. Случай, когда дополнительное характеристическое уравнение наряду с  $\mu = 0$  имеет корни  $\operatorname{Re} \mu < 0$ ,  $\operatorname{Re} \mu > 0$ , называется условно устойчивым [3].

В данной статье исследуется новое явление, явление граничных скачков краевой задачи для дифференциальных уравнений условно устойчивого типа с малым параметром при старшей производной. Такое исследование не было проведено.

Итак, рассмотрим краевую задачу

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon y''' + b(t)y' + c(t)y = F(t); \quad (1)$$

$$y'(0, \varepsilon) = a_1, \quad y(1, \varepsilon) = a_2, \quad y'(1, \varepsilon) = a_3, \quad (2)$$

где  $\varepsilon > 0$  — малый параметр;  $a_1, a_2, a_3 - const$ .

Предположим, что:

- 1)  $b(t), c(t) \in C^3([0,1])$ ,  $F(t) \in C^1([0,1])$ ;  $-c(t) > 0$  при  $t \in [0,1]$ ;
- 2)  $a_1 - \frac{c(0)}{b(0)} a_2 \exp\left(\int_0^1 \frac{c(x)}{b(x)} dx\right) + \frac{c(0)}{b(0)} \int_0^1 \frac{F(s)}{b(s)} \exp\left(\int_0^s \frac{c(x)}{b(x)} dx\right) ds + \frac{F(0)}{b(0)} \neq 0$ ;
- 3)  $a_3 B(1) + a_2 C(1) - F(1) \neq 0$ .

Очевидно, при такой постановке задачи дополнительное характеристическое уравнение  $\mu^3 + b(t)\mu = 0$  имеет корни  $\mu_1 = 0$ ;  $\mu_2 = -\sqrt{b(t)}$ ;  $\mu_3 = \sqrt{b(t)}$ .

Наша цель — разработать общий метод исследования асимптотического поведения решения сингулярно возмущенной краевой задачи с граничными скачками.

*Фундаментальная система решений.* Так же, как и в [1, 2], убеждаемся, что однородное уравнение

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon y''' + b(t)y' + c(t)y = 0 \quad (3)$$

при достаточно малых  $\varepsilon > 0$  имеет фундаментальную систему решений  $y_1(t, \varepsilon), y_2(t, \varepsilon), y_3(t, \varepsilon)$ , достаточно гладких и удовлетворяющих на  $[0,1]$  соотношениям  $y_1^{(q)}(t, \varepsilon) = u_1^{(q)}(t) + O(\sqrt{\varepsilon})$ ;

$$y_2^{(q)}(t, \varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}^q} \exp\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx\right) [u_2(t)\mu_2^q(t) + O(\sqrt{\varepsilon})]; \quad (4)$$

$$y_3^{(q)}(t, \varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}^q} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_t^1 \mu_3(x) dx\right) [u_3(t)\mu_3^q(t) + O(\sqrt{\varepsilon})], \quad q = 0, 1, 2,$$

где  $u_k(t)$  — функции, определяемые из линейных дифференциальных уравнений первого порядка. В частности,  $u_1(t) = \exp\left(-\int_0^t \frac{c(x)}{b(x)} dx\right)$ . Для определителя Вронского  $W(t, \varepsilon)$  фундаментальной системы решений  $y_1(t, \varepsilon), y_2(t, \varepsilon), y_3(t, \varepsilon)$  уравнения (3) в силу (4) справедлива

$$W(t, \varepsilon) = \frac{u_1(s)u_2(s)u_3(s)}{\sqrt{\varepsilon^3}} e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(\int_0^s \mu_2(x)dx + \int_1^s \mu_3(x)dx\right)} \mu_2(s)\mu_3(s)(\mu_3(s) - \mu_2(s))(1 + O(\sqrt{\varepsilon})) \neq 0. \quad (5)$$

*Построение вспомогательных функций.* Следуя работам [4], введем начальную и граничные функции.

*Определение.* Функция  $K(t, s, \varepsilon)$ , определенная при  $0 \leq s, t \leq 1$ , называется начальной функцией уравнения (3), если она по  $t$  удовлетворяет однородному уравнению (3), и при  $t = s$  — начальным условиям:  $K^{(j)}(s, s, \varepsilon) = 0; \quad j = \overline{0, n-2}; \quad K^{(n-1)}(s, s, \varepsilon) = 1$ .

Справедлива следующая теорема.

*Теорема 1.* Пусть выполнено условие 1). Тогда при достаточно малых  $\varepsilon$  начальная функция  $K(t, s, \varepsilon)$  при  $0 \leq s, t \leq 1$  существует, единственна и выражается формулой  $K(t, s, \varepsilon) = W(t, s, \varepsilon)/W(s, \varepsilon)$ , где  $W(t, s, \varepsilon)$  — определитель 3-го порядка, получаемый из вронскиана  $W(s, \varepsilon)$  заменой 3-й строки на фундаментальную систему решений  $y_1(t, \varepsilon), y_2(t, \varepsilon), y_3(t, \varepsilon)$  уравнения (3).

Очевидно, начальная функция  $K(t, s, \varepsilon)$  не зависит от выбора фундаментальной системы решений уравнения (3). Разложим функцию  $K(t, s, \varepsilon)$  в виде суммы  $K(t, s, \varepsilon) = K_0(t, s, \varepsilon) + K_1(t, s, \varepsilon)$ :

$$K_0(t, s, \varepsilon) = \frac{P_0(t, s, \varepsilon)}{W(s, \varepsilon)}; \quad K_1(t, s, \varepsilon) = \frac{P_1(t, s, \varepsilon)}{W(s, \varepsilon)}, \quad (6)$$

где  $P_0(t, s, \varepsilon), P_1(t, s, \varepsilon)$  — определители, которые получаются из  $W(s, \varepsilon)$  заменой 3-й строки строками  $y_1(t, \varepsilon), y_2(t, \varepsilon), 0; 0, 0, y_3(t, \varepsilon)$  соответственно.

Заметим, что  $K_0(t, s, \varepsilon), K_1(t, s, \varepsilon)$  являются непрерывными функциями  $t$  и  $s$  вместе с производными до 3-го порядка включительно и как функции переменной  $t$  удовлетворяют однородному уравнению (3).

Из (6) с учетом (4) и (5) для  $K_0^{(q)}(t, s, \varepsilon)$  и  $K_1^{(q)}(t, s, \varepsilon)$  получаем следующие асимптотические формулы при  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

$$K_0^{(q)}(t, s, \varepsilon) = \varepsilon \left[ \frac{u_1^{(q)}(t)}{u_1(s)b(s)} - \frac{u_2(t)\mu_2^q(t) \exp\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_s^t \mu_2(x)dx\right)}{\sqrt{\varepsilon}^q u_2(s)\mu_2(s)(\mu_3(s) - \mu_2(s))} + O\left(\sqrt{\varepsilon} + \frac{\sqrt{\varepsilon} e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_s^t \mu_2(x)dx}}{\sqrt{\varepsilon}^q}\right) \right];$$

$$K_1^{(q)}(t, s, \varepsilon) = \varepsilon \left[ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_3(t)\mu_3^q(t) e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_t^s \mu_3(x)dx}}{u_3(s)\mu_3(s)(\mu_3(s) - \mu_2(s))} + O\left(\sqrt{\varepsilon} + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_t^s \mu_3(x)dx}\right) \right]. \quad (7)$$

Введем в рассмотрение граничные функции [3]:

$$\Phi_i(t, \varepsilon) = \frac{J_i(t, \varepsilon)}{J(\varepsilon)}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (8)$$

где  $J(\varepsilon)$  — определитель, элементы которого составлены на основе фундаментальной системы решений уравнения (3), причем

$$J(\varepsilon) = \begin{vmatrix} y_1'(0, \varepsilon) & y_2'(0, \varepsilon) & y_3'(0, \varepsilon) \\ y_1(1, \varepsilon) & y_2(1, \varepsilon) & y_3(1, \varepsilon) \\ y_1'(1, \varepsilon) & y_2'(1, \varepsilon) & y_3'(1, \varepsilon) \end{vmatrix} = -\frac{\mu_2(0)\mu_3(1)}{(\sqrt{\varepsilon})^2} u_3(1)u_2(0)u_1(1)(1 + O(\sqrt{\varepsilon})) \neq 0, \quad (9)$$

$J_i(t, \varepsilon)$  — определитель, полученный из  $J(\varepsilon)$  заменой  $i$ -й строки на строку  $y_1(t, \varepsilon), y_2(t, \varepsilon), y_3(t, \varepsilon)$ . Заметим, что граничные функции  $\Phi_i(t, \varepsilon)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) не зависят от выбора фундаментальной системы решений уравнения (3).

Принимая во внимание (9) и раскладывая определители  $J_i(t, \varepsilon)$  по элементам  $i$ -й строки, из (8) получаем следующие асимптотические формулы при  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(q)}(t, \varepsilon) &= \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_2(t)\mu_2^q(t)}{u_2(0)\mu_2(0)} e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx} - \\ &- \frac{\sqrt{\varepsilon}^2}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_1'(1)u_2(t)\mu_2^q(t)}{u_1(1)u_2(0)\mu_2(0)\mu_3(1)} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_2(x) dx} + O\left(\frac{\sqrt{\varepsilon}^3}{\sqrt{\varepsilon}^q} e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx}\right); \\ \Phi_2^{(q)}(t, \varepsilon) &= \frac{u_1^{(q)}}{u_1(1)} - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{(\sqrt{\varepsilon})^q} \cdot \frac{u_2(t)\mu_2^q(t)}{u_2(0)\mu_2(0)} \cdot \frac{u_1'(0)}{u_3(1)} \cdot e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx} - \\ &- \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_1'(1)u_3(t)\mu_3^q(t) e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_1^t \mu_3(x) dx}}{u_1(1)u_3(1)\mu_3(1)} + O\left[\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} + \frac{(\sqrt{\varepsilon})^2 e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx}}{\sqrt{\varepsilon}^q} + \frac{(\sqrt{\varepsilon})^2 e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_1^t \mu_3(x) dx}}{\sqrt{\varepsilon}^q}\right]; \\ \Phi_3^{(q)}(t, \varepsilon) &= \sqrt{\varepsilon} \left[ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_3(t)\mu_3^q(t)}{u_3(1)\mu_3(1)} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_1^t \mu_3(x) dx\right) + \right. \\ &+ \frac{u_1^{(q)}(t)}{u_1(1)\mu_3(1)} - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_1(0)u_2(t)\mu_2^q(t)}{u_1(1)\mu_3(1)u_2(0)\mu_2(0)} \exp\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx\right) + \\ &\left. + O\left(\sqrt{\varepsilon} + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_1^t \mu_3(x) dx} + \frac{\sqrt{\varepsilon}^2}{\sqrt{\varepsilon}^q} e^{\frac{1}{\varepsilon} \int_0^t \mu_2(x) dx}\right) \right]. \end{aligned} \tag{10}$$

*Теорема 2.* Пусть выполнены условия 1)–3). Тогда неоднородная краевая задача (1), (2) имеет единственное решение, которое выражается формулой

$$\begin{aligned} y(t, \varepsilon) &= a_1 \Phi_1(t, \varepsilon) + a_2 \Phi_2(t, \varepsilon) + a_3 \Phi_3(t, \varepsilon) + \Phi_1(t, \varepsilon) \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 K_1(0, s, \varepsilon) F(s) ds - \\ &- \Phi_2(t, \varepsilon) \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 K_0(1, s, \varepsilon) F(s) ds - \Phi_3(t, \varepsilon) \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 K_0'(1, s, \varepsilon) F(s) ds + \\ &+ \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t K_0(t, s, \varepsilon) F(s) ds + \frac{1}{\varepsilon} \int_1^t K_1(t, s, \varepsilon) F(s) ds. \end{aligned} \tag{11}$$

*Доказательство.* Для доказательства теоремы непосредственной проверкой достаточно убедиться, что функция, заданная по формуле (11), удовлетворяет всем условиям определения решения краевой задачи (1), (2). Ее единственность следует из (9). Теорема доказана.

Рассмотрим формулу (11). Учитывая (7), (10), получим для (11) на отрезке  $0 \leq t \leq 1$  следующее асимптотическое представление:

$$\begin{aligned} y^{(q)}(t, \varepsilon) &= \int_0^t \frac{u_1^{(q)}(s)F(s)ds}{b(s)u_1(s)} + a_2 \frac{u_1^{(q)}(t)}{u_1(1)} - \frac{u_1^{(q)}(t)}{u_1(1)} \cdot \int_0^1 \frac{u_1(s)F(s)}{u_1(s)b(s)} ds + \\ &+ \frac{\sqrt{\varepsilon}}{(\sqrt{\varepsilon})^q} F(t) \left( \frac{\mu_2^q(t)}{\mu_2^2(t)} - \frac{\mu_3^q(t)}{\mu_3^2(t)} \right) \cdot \frac{1}{\mu_3(t) - \mu_2(t)} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_2(t)\mu_2^q(t)}{u_2(0)\mu_2(0)} \exp\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2 dx\right) \times \\ &\times \left[ -\frac{F(0)}{\mu_2(0)(\mu_3(0) - \mu_2(0))} + a_1 - a_2 \frac{u_1'(0)}{u_3(1)} + \frac{F(0)}{\mu_3(0)(\mu_3(0) - \mu_2(0))} + \frac{u_1'(0)}{u_3(1)} \int_0^1 \frac{u_1(s)F(s)}{u_1(s)b(s)} ds \right] + \\ &+ \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}^q} \frac{u_3(t)\mu_3^q(t)}{u_3(1)\mu_3(1)} \exp\left(-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_1^t \mu_3(x) dx\right) \times \end{aligned} \tag{12}$$

$$\times \left[ \frac{F(1)}{\mu_3(1)(\mu_3(1) - \mu_2(1))} - a_2 \frac{u_1'(1)}{u_1(1)} + a_3 - \frac{u_1'(1)}{u_1(1)} \int_0^1 \frac{u_1(s)F(s)}{u_1(s)b(s)} ds - \int_0^1 \frac{u_1'(1)F(s)}{u_1(s)b(s)} ds - \frac{F(1)}{\mu_2(1)(\mu_3(1) - \mu_2(1))} \right] + O \left( \sqrt{\varepsilon} + \frac{\sqrt{\varepsilon}^2}{\sqrt{\varepsilon}^q} e^{\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_0^t \mu_2(x) dx} + \frac{\sqrt{\varepsilon}^2}{\sqrt{\varepsilon}^q} e^{-\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \int_t^1 \mu_3(x) dx} \right).$$

Теперь определим вырожденную задачу. Из (12) приходим к выводу, что начальное условие для решения вырожденного уравнения можно получить из (1), (2) в виде

$$b(t)\bar{y}'(t) + c(t)\bar{y} = F(t), \quad \bar{y}(1) = a_2. \tag{13}$$

Решение задачи (13) представимо в виде  $\bar{y}(t) = a_2 \exp\left(-\int_1^t \frac{c(x)}{b(x)} dx\right) + \int_t^1 \frac{F(s)}{b(s)} \exp\left(-\int_s^t \frac{c(x)}{b(x)} dx\right) ds$ , или то же самое:

$$\bar{y}(t) = a_2 \frac{u_1(t)}{u_1(1)} + \int_1^t \frac{u_1(s) F(s)}{u_1(s) b(s)} ds. \tag{14}$$

Тогда, в силу условия 2) на основании (13) и (14), получаем

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y(t, \varepsilon) = \bar{y}(t); \quad 0 \leq t \leq 1; \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} y'(t, \varepsilon) = \bar{y}'(t); \quad 0 < t < 1;$$

$$\Delta_0 = y'(0, \varepsilon) - \bar{y}'(0) = a_1 - \frac{c(0)}{b(0)} a_2 e^{\int_0^1 \frac{c(x)}{b(x)} dx} + \frac{F(0)}{b(0)} + \frac{c(0)}{b(0)} \int_0^1 \frac{F(s)}{b(s)} e^{\int_0^s \frac{c(x)}{b(x)} dx} ds \neq 0,$$

$$\Delta_1 = y'(1, \varepsilon) - \bar{y}'(1) = a_3 - \frac{F(1)}{b(1)} + \frac{c(1)}{b(1)} a_2 \neq 0, \quad y''(1, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right), \quad y''(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\right).$$

Отсюда следует, что в точках  $t=0, t=1$  решение задачи (1), (2) обладает явлением граничных скачков первого порядка, что является одной из особенностей исследуемой задачи.

Таким образом, построено аналитическое представление решения, доказана теорема о существовании и единственности решения, найдены асимптотические оценки решения сингулярно возмущенной краевой задачи (1), (2). Сформулировано правило выбора граничных условий для вырожденного уравнения, установлено наличие неравномерной сходимости, определены величины граничных скачков и рост производных по малому параметру.

### Список литературы

- 1 Kasyrov K.A., Nurgabul D.N. Asymptotic Estimates of the Solution of a Singularly Perturbed Boundary Value Problem with an Initial Jump for Linear Differential Equations // Differential Equations. — 2004. — Vol. 40. — № 5. — P. 641–651.
- 2 Касымов К.А., Нургабыл Д.Н. Асимптотическое поведение решений линейных сингулярно возмущенных общих неразделенных краевых задач, имеющих начальный скачок // Украинский математический журнал, 2003. — Т. 55. — № 11. — С. 1496–1508.
- 3 Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Сингулярно возмущенные уравнения в критических случаях. — М.: Изд-во МГУ, 1978. — С. 106.
- 4 Нургабыл Д.Н. Построение решения сингулярно возмущенной краевой задачи, имеющей начальный скачок // Вестн. Кыргыз. гос. Нац. ун-та. — 2001. — Т. 3. — № 6. — С. 173–177.

Е.Д.Нургабылов, Д.Н.Нургабыл

## Ерекше ауыткыған шекаралық есептің шекаралық секіріс құбылысы туралы

Мақалада ерекше ауыткыған шекаралық есеп шешімінің аналитикалық берілімін құрудың алгоритмі ұсынылған. Шекаралық есеп шешімінің барлығы және жалғыздығы туралы теорема дәлелденген. Шекаралық есеп шешімінің асимптотикалық кескіндемесі табылған. Ауытқымаған теңдеулер шарттарын таңдаудың ережесі тұжырымдалған. Шекаралық секіріс шамасы және туындының кішкене парметрi бойынша өсуі анықталған.

E.D.Nurgabylov, D.N.Nurgabyly

## About the phenomenon of boundary jump of singular Perturbed Boundary Value Problem

Boundary Value Problem. The theorem of existence and uniqueness of the solution of a Boundary Value Problem. Asymptotic submission of the solution of a Boundary Value Problem is found. It is formulated rules of a choice of conditions for the degenerate equations. Sizes of boundary jumps and growth of derivatives are determined by small parameter.

### References

- 1 Kasymov K.A., Nurgabul D.N. *Differential Equations*. MAIK Nauka / Interperiodica. Russia, 2004. 40, 5, p. 641–651.
- 2 Kasymov K., Nurgabyly D.N. *Ukrainian Mathematical Journal*, Kiev, 2003, 55, 11, p. 1496–1508.
- 3 Vasilyeva A.B., Butuzov V.F. *It is singular perturbed equations in critical cases*, Moscow: Moscow State University publ. house, 1978, p. 106.
- 4 Nurgabyly D.N. *Bull. of Kirghiz State National University*, 2001, 3, 6, p. 173–177.

УДК 004.738.5:37

Н.В.Попова, К.М.Базикова, Ж.Т.Есендаулетова

*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail:dandn@mail.ru)*

### Разработка и применение электронного учебника по дисциплине «Исследование операций»

В статье рассмотрено создание и использование на практике электронного учебника. В ней исследуются возможности средств современных информационных технологий, условия, необходимые для их успешного использования, рассмотрено и проанализировано прикладное программное обеспечение, необходимое для создания и дальнейшего использования электронных учебников. Кроме этого, описаны все этапы создания подобных электронных ресурсов на примере конкретного электронного учебника.

*Ключевые слова:* электронный учебник, языки программирования, мультимедийные средства, гипертекстовый документ, линейное программирование.

Высококвалифицированные и конкурентоспособные специалисты востребованы во всех областях профессиональной деятельности, поэтому проблемам образования уделяется большое внимание. Государственная программа развития образования Республики Казахстан на 2011–2020 годы предусматривает обеспечение доступа каждого из участников образовательного процесса к современным образовательным ресурсам и технологиям [1]. Внедрение электронного обучения на всех уровнях образования стоит на одном уровне с такими задачами, как интеграция национальной системы образования в мировое образовательное пространство и создание условий для автоматизации учебного процесса. Применение электронного обучения ставит своей целью повышение качества обучения, эффективности управления образованием и информационной интеграции с внешней средой. Планируется развитие электронных образовательных ресурсов, создаваемых педагогами и преподавателями организаций среднего, технического и профессионального образования. Электронные образовательные ресурсы разрабатываются для методического обеспечения дисциплин на всех уровнях образова-

ния. Тем более, что современное техническое оснащение образовательных организаций обеспечивает возможность использования информационно-коммуникационных технологий, включая доступ к Интернет-ресурсам. Для пополнения контента электронного обучения и улучшения методического обеспечения дисциплин Карагандинского государственного университета имени академика Е.А. Букетова имеется потребность в разработке и применении в учебном процессе различных электронных изданий учебного назначения. Электронный учебник «Исследование операций. Линейное программирование» разрабатывался согласно Государственному стандарту «Информационные технологии. Электронное издание», который определяет требования к электронным учебным материалам, создаваемым для образовательных учреждений Республики Казахстан [2]. Данный стандарт описывает требования к оформлению, содержанию, функциям, справочной информации и обеспечению обратной связи в электронных учебных изданиях.

В указанном стандарте электронный учебник определяется как «электронное учебное издание, содержащее систематическое изложение учебного курса или его раздела и обладающее официальным статусом данного вида издания, который присваивается государственным органом» [2]. Электронное учебное издание, в свою очередь, предназначается для автоматизации процесса обучения и контроля знаний по соответствующему учебному курсу или его части, обеспечения выбора траектории обучения и выполнения различных видов работ. В содержание электронного учебного издания может входить цифровая, текстовая, графическая, звуковая и другая информация, которая представляет собой совокупность теоретических, научных и практических основ изучаемых в рамках дисциплины.

В основном электронные учебные издания состоят из: титульного листа, оглавления, содержания, справочной информации и других материалов. Интерфейс как совокупность средств взаимодействия между обучающимся и персональным компьютером должен быть наглядным, понятным и способствовать пониманию общей логики функционирования электронных учебных изданий в целом и отдельных частей.

Электронный учебник — это, как правило, совокупность программных, информационных, методических средств, предназначенный для самостоятельного изучения какого-либо предмета, включает задания и тесты для самоконтроля и проверки знаний и обеспечивает обратную связь. Электронные учебники позволяют ознакомиться с содержанием предмета, усвоить основные понятия, осуществить контроль и оценивание знаний и умений, управлять траекторией обучения. Электронные учебники используются на среднем, техническом, профессиональном, высшем и послевузовском уровнях образования.

В зависимости от назначения и функций, требований и особенностей применения электронных учебников средства их создания делятся на группы [3]:

1. Алгоритмические языки программирования, такие как Delphi, C++, VisualBasic. Электронные учебники, созданные средствами языков программирования, ориентируются на техническое оснащение заказчика, характеризуются отсутствием аппаратных ограничений, возможностью разработки приложений, большими затратами времени и трудоёмкостью процесса создания, сложностью модификации и сопровождения.

2. Инструментальные средства общего назначения обеспечивают возможность создания электронного учебника непрофессиональными программистами, формирование структуры электронного учебника, ввод, редактирование и форматирование текста, подготовку мультимедийной информации, подключение исполняемых модулей сторонних разработчиков, существенное сокращение трудоёмкости и сроков разработки электронного учебника, невысокие требования к компьютерам и программному обеспечению.

3. Мультимедийные средства обеспечивают наглядность, а следовательно, повышают усвояемость учебного материала, свободную навигацию по содержанию и доступ к оглавлению из любой точки электронного учебника, работают с различными приложениями, такими как текстовые, звуковые, графические редакторы.

4. Гипертекстовые средства на основе языка HTML. Гипертекстовый документ представляет собой структуру, которая демонстрирует электронный материал, устанавливает связи и обеспечивает



переходы по этим связям, поддерживает поиск информации в программах просмотра. Упрощенная модификация структуры и содержания издания.

Электронный учебник прошел этапы, входящие в методологию проектирования электронных учебных изданий [3]. Авторы определили цели и задачи разработки электронного учебника по исследованию операций, продумали структуру и подготовили сценарии компонентов электронного учебника. Учебный материал скомпоновали и структурировали, согласно типовым программам указанных специальностей. После создания электронного учебника «Исследование операций. Линейное программирование» прошла его апробация, с целью выявления и корректировки отдельных незначительных ошибок, замечаний по эксплуатации и т.п.

Цель разработки данного учебника — поддержка курса дополнительными методическими материалами, обеспечение возможности самообразования, самоконтроля и индивидуального изучения части курса исследования операций — «Задачи линейного программирования», интенсификации традиционного учебного процесса применением обучающих программ. Учебник используется для работы студентов как на аудиторных занятиях, так и во внеурочное время для индивидуального обучения и самоконтроля. Задача данного электронного учебника — помочь студенту изучить основные математические модели и методы решения экономических задач линейного программирования.

Структура электронного учебника разрабатывалась в визуальном HTML-редакторе Adobe DreamWeaver CS3. Учебный материал программного продукта состоит из набора Web-документов. Выполнение файла *start.html* загружает содержание учебника в браузер. Главная страница разбита на три фрейма. В верхнем фрейме располагается название учебника и ссылка на страницу со сведениями об авторах. Нижний фрейм содержит знак авторского права и фамилии авторов. В среднем, основном фрейме размещается страница, в свою очередь также разбитая на два фрейма. В левой части располагается оглавление, а в правой — содержание учебника. На рисунке 1 приведен код структуры главной страницы учебника.

```

1 <!DOCTYPE html PUBLIC "-//W3C//DTD XHTML 1.0 Frameset//EN" "http://www.w3.org/TR/xhtml1/DTD/xhtml1-frameset.dtd">
2 <html xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml">
3 <head>
4 <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8" />
5 <title>Исследование операций. Задачи линейного программирования</title>
6 <link href="style4.css">
7 </head>
8
9 <frameset rows="90,*,30" cols="*" framespacing="0" frameborder="no" border="0">
10 <frame src="other/top.html" name="topFrame" scrolling="No" noresize="noresize" id="topFrame" title="topFrame" />
11 <frameset rows="*" cols="25%,*" framespacing="0" frameborder="no" border="0">
12 <frame src="other/oglav.html" name="leftFrame" scrolling="yes" id="leftFrame" title="leftFrame" />
13 <frame src="other/titull1.html" name="mainFrame" id="mainFrame" title="mainFrame" />
14 </frameset>
15
16 <frame src="other/bottom.html" name="bottomFrame" scrolling="no" noresize="noresize" id="bottomFrame" title="bottomFrame" />
17 </frameset>
18 <noframes><body>
19 </body>
20 </noframes></html>

```

Рисунок 1. Код структуры электронного учебника

Внешний вид окна электронного учебника «Исследование операций. Линейное программирование» представлен на рисунке 2. Ссылочная структура меню оглавления обеспечивает навигацию по содержанию учебника. Выбор элемента из списка оглавления приводит к отображению в основной части страницы содержимого соответствующего раздела. Так как оглавление постоянно располагается в левой части страницы, пользователь в любой момент имеет доступ к любому разделу учебника.

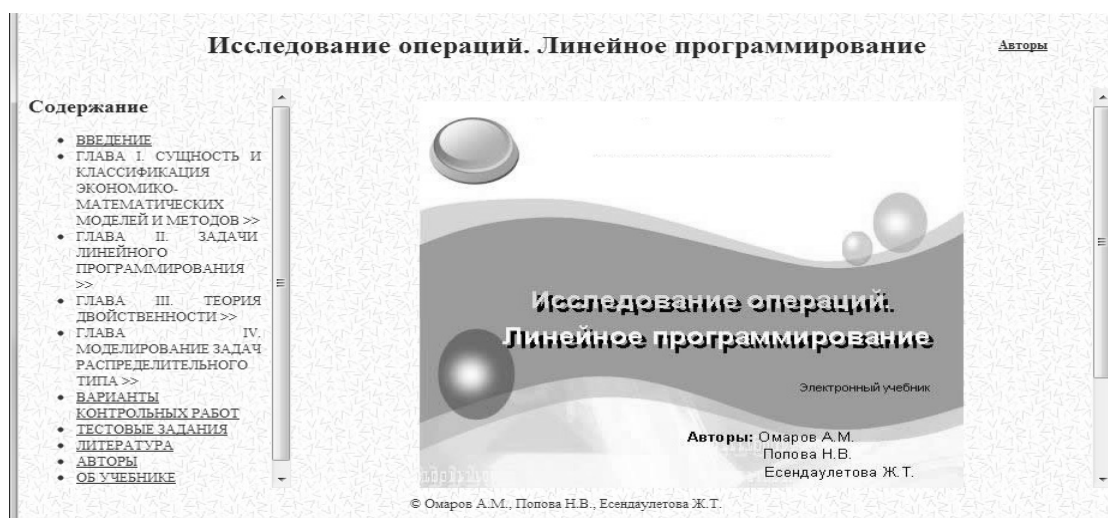


Рисунок 2. Титульный лист электронного учебника

В содержание электронного учебника входят пункты: введение, четыре главы, варианты контрольных работ, итоговые тестовые задания, список литературы, сведения об авторах, краткая информация об учебнике. Главы разбиты на параграфы с теоретическим материалом, упражнения для самостоятельного выполнения и тестовые вопросы для самоконтроля. В теоретической части рассматриваются основные математические модели и методы решения экономических задач линейного программирования, а также подробные примеры решения задач. Для самостоятельного контроля уровня знаний по главам студенту предлагается десять тестовых вопросов, отвечать на которые можно в любой, удобной последовательности. Для оценки знаний по всему курсу обучающемуся генерируется произвольный набор двадцати тестовых вопросов. После завершения тестирования выводится результат с количеством правильных и неправильных ответов.

С целью апробации электронный учебник использовался преподавателями кафедры прикладной математики и информатики Карагандинского государственного университета имени академика Е.А. Букетова, ведущими дисциплины, в состав которых входит изучение методов решения задач линейного программирования, для студентов очной и заочной форм обучения.

Электронный учебник «Исследование операций. Линейное программирование» применяется студентами специальностей «5В011100 – Информатика», «5В070300 – Информационные системы», «5В060200 – Информатика», «5В010900 – Математика» при изучении обязательной дисциплины «Исследование операций» и дисциплин, относящихся к компоненту по выбору: «Исследование операций и теория игр», «Численные методы и исследование операций», «Методы оптимизаций и исследование операций». Учебник используется студентами как на аудиторных занятиях, так и во внеурочное время для индивидуального обучения и самоконтроля. При изучении указанных дисциплин порядка 55 студентов регулярно обращались к теоретическому материалу электронного учебника. В основном студенты пользовались учебником для изучения теоретического материала. Особой популярностью электронный учебник пользовался у студентов заочного отделения, при выполнении текущих заданий и контрольных работ, материалы к которым представлены в электронном учебнике.

Для определения мнения студентов об электронном учебнике разработчики провели анкетирование, в котором приняли участие 55 студентов. Анализ результатов позволил сделать выводы, которые представлены в виде диаграммы на рисунке 3:

- электронный учебник легко использовать — таково мнение 95 % опрошенных, причем 75 % из них ни разу не воспользовались режимом помощи;
- электронный учебник популярен среди студентов — так, порядка 75 % студентов пользовались учебником более четырех раз, а 57 % — более шести раз;
- электронный учебник полезен для студентов — 70 % студентов планируют пользоваться настоящим учебником в будущем;
- 51 % студентов считает, что желательно увеличить количество примеров и добавить возможность проверки ответов упражнений и контрольных работ.

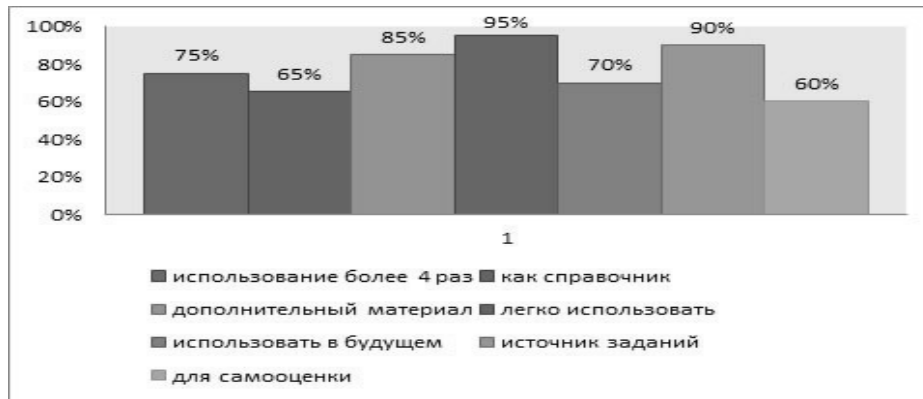


Рисунок 3. Результаты использования электронного учебника

Информатизация образования в Казахстане — одно из главных направлений модернизации учебного процесса — предполагает разработку современной методической системы обучения. Применение электронных образовательных ресурсов в профессиональном образовании обеспечивает тесную взаимосвязь педагогических и информационных технологий обучения. Активное применение электронных учебников способствует повышению качества обучения специалистов и интеграции национальной системы образования в мировое образовательное пространство.

#### Список литературы

- 1 Государственная программа развития образования Республики Казахстан на 2011–2020 годы // [ЭР]. Режим доступа: [http://www.edu.gov.kz/ru/zakonodatelstvo/gosudarstvennaja\\_programma\\_razvitija\\_obrazovanija/gosudarstvennaja\\_programma\\_razvitija\\_obrazovanija\\_respubliki\\_kazakhstan\\_na\\_2011\\_2020\\_gody/](http://www.edu.gov.kz/ru/zakonodatelstvo/gosudarstvennaja_programma_razvitija_obrazovanija/gosudarstvennaja_programma_razvitija_obrazovanija_respubliki_kazakhstan_na_2011_2020_gody/)
- 2 Государственный стандарт РК «Информационные технологии. Электронное издание» № 1 от 26 января 2005.
- 3 Яковенко Т.В., Пустовалов И.В. Обзор требований к созданию электронного учебника // [ЭР]. Режим доступа: <http://uchebilka.ru/informatika/4704/index.html>.

Н.В.Попова, К.М.Базикова, Ж.Т.Есендаулетова

### «Операцияларды зерттеу» пәніне арналған электрондық оқулықты әзірлеу және қолдану

Мақалада электрондық оқулықты практика жүзінде құру мен пайдалану қарастырылды. Мұнда қазіргі заманғы ақпараттық технологиялар құралдарының мүмкіндіктері зерттелген және электрондық оқулықтарды құру мен одан әрі қарай пайдалану үшін қажетті қолданбалы программалық қамсыздандыру қарастырылды және талданды. Сонымен қатар электрондық оқулықты құруда нақты мысал арқылы электрондық ресурстарды құрудың барлық кезеңдері сипатталды.

N.V.Popova, K.M.Bazikova, Zh.T.Esendauletova

### Development and application of electronic textbook on the discipline operations research

The article describes the creation and use of the electronic textbook in practice. It explores possibility of modern information technology means, the conditions which are necessary for their successful use, necessary application software for creation and further use of electronic textbooks is reviewed and analyzed. Besides of that, all steps of creating such electronic resources are described on a specific example of the electronic textbook.

References

- 1 State Education Development Programme of the Republic of Kazakhstan for 2011–2020 // [ER]. Access mode: [http://www.edu.gov.kz/ru/zakonodatelstvo/gosudarstvennaja\\_programma\\_razvitiija\\_obrazovaniija/gosudarstvennaja\\_programma\\_razvitiija\\_obrazovaniija\\_respubliki\\_kazakhstan\\_na\\_2011\\_2020\\_gody/](http://www.edu.gov.kz/ru/zakonodatelstvo/gosudarstvennaja_programma_razvitiija_obrazovaniija/gosudarstvennaja_programma_razvitiija_obrazovaniija_respubliki_kazakhstan_na_2011_2020_gody/)
- 2 State Standard of the Republic of Kazakhstan «Information Technology. Electronic edition» No. 1 of 26 January 2005.
- 3 Yakovenko T.V., Pustovalov I.V. Overview of the requirements to build an electronic textbook // [ER]. Access mode: <http://uchebilka.ru/informatika/4704/index.html>.

UDC 517.946

M.I.Ramazanov, A.K.Zhanbolova

*E.A.Buketov Karaganda State University (E-mail: zhanbolova.aigerim@mail.ru)*

**About a boundary value problem for the loaded equation of mixed type**

Boundary value problem for the loaded equation of mixed type in a rectangular domain is investigated. Feature of the problem is that you can not directly invert the operator of the hyperbolic and elliptic parts and reduce the initial problem to the study of the solvability of singular integral equations. Conditions of existence of a unique  $L_2$  — strong solution are found.

*Key words:* loaded equations, equations of mixed type,  $L_2$  -strong solution, boundary value problem for a loaded equation.

Let  $Q_1 = \{x, t | 0 < x < 2\pi, 0 < t < T\}$ ,  $Q_2 = \{x, t | 0 < x < 2\pi, -T < t < 0\}$ ,  $Q = Q_1 \cup Q_2$ . In the domain  $Q$  we consider the following boundary value problem:

$$(-1)^j \frac{\partial^2 u^j}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u^j}{\partial x^2} + \alpha_k u^j(x, t_k) = f^j(x, t) \quad (x, t) \in Q_j \quad j = 1, 2 \quad k = 1, 2; \tag{1}$$

$$\frac{\partial^p u^j(0, t)}{\partial x^p} = \frac{\partial^p u^j(2\pi, t)}{\partial x^p};$$

$$\frac{\partial^p u^{(1)}(x, T)}{\partial t^p} = \mu_p \frac{\partial^p u^{(2)}(x, -T)}{\partial t^p}, \quad p = 0, 1.$$

i.e. at  $(x, t) \in Q_1$  we have:

$$-\frac{\partial^2 u^{(1)}(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u^{(1)}(x, t)}{\partial x^2} + \alpha_1 u^{(1)}(x, t_1) = f^{(1)}(x, t); \tag{2}$$

$$\begin{cases} u^{(1)}(0, t) = u^{(1)}(2\pi, t) \\ \frac{\partial u^{(1)}(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial u^{(1)}(2\pi, t)}{\partial x} \end{cases} \tag{3}$$

and at  $(x, t) \in Q_2$  :

$$\frac{\partial^2 u^{(2)}(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u^{(2)}(x, t)}{\partial x^2} + \alpha_2 u^{(2)}(x, t_2) = f^{(2)}(x, t); \tag{4}$$

$$\begin{cases} u^{(2)}(0, t) = u^{(2)}(2\pi, t) \\ \frac{\partial u^{(2)}(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial u^{(2)}(2\pi, t)}{\partial x}; \end{cases} \tag{5}$$

also

$$\begin{cases} u^{(1)}(x, T) = \mu_0 u^{(2)}(x, -T); \\ \frac{\partial u^{(1)}(x, T)}{\partial t} = \mu_1 \frac{\partial u^{(2)}(x, -T)}{\partial t}. \end{cases} \tag{6}$$

Next, we put that

$$\begin{cases} T < +\infty, & f^{(1)} \in L_1(Q_1), & f^{(2)} \in L_2(Q_2), & \mu_0, \mu_1 \in C; \\ \alpha_1, \alpha_2 \in C, & t_1 \in (0, T), & t_2 \in (-T, 0) \end{cases} \quad (7)$$

are given functions and numbers.

The given equation (1) is an equation of mixed (elliptic-hyperbolic) type, and because of the loaded summand  $\alpha_k u^{(j)}(x, t_k)$  it is called the loaded, it was the object of many authors, for example [1–3].

Feature of the problem is that the domain of the hyperbolic part is not characteristic, as well as there are loaded summands, it allows to reveal some features of the problem under consideration.

The main goal of this research is to study issues of  $L_2$  — strong solvability of boundary value problems (2)–(6) under the conditions (7).

To solve (1) we introduce the following notation:

$$s \in S = \{\pm 1, \pm 2, \dots\}$$

$$\Delta_s = \begin{pmatrix} \frac{\sin sT + \mu_1 shsT}{s} & \cos sT - \mu_0 chsT & \frac{\cos sT - 1}{s^2} & \frac{1 - chsT}{s^2} \\ \cos sT - \mu_1 chsT & s(-\sin sT + \mu_0 shsT) & -\frac{\sin sT}{s} & \frac{shsT}{s} \\ \alpha_2 \frac{\sin s(t_2 + T)}{s} & \alpha_2 \cos s(t_2 + T) & -1 - \alpha_2 \frac{1 - \cos s(t_2 + T)}{s^2} & 0 \\ \mu_1 \alpha_1 \frac{shs(t_1 - T)}{s} & \mu_0 \alpha_1 chs(t_1 - T) & 0 & -1 - \alpha_1 \frac{1 - chs(t_1 - T)}{s^2} \end{pmatrix}.$$

*Theorem 1.* For any  $f^j, \mu_p, \alpha, t_k, T$  satisfying the requirements (7), the boundary value problems (2)–(6) have a unique  $L_2$  — strong solution if and only if following conditions are satisfied:

$$|\Delta_s| \neq 0, s \in S. \quad (8)$$

Condition (8) in terms of the data (7) gives a complete description of the correct boundary value problems of the form (2)–(6). We will obtain a number of corollaries of the theorem.

*Corollary 1.* Let at the conditions of theorem 1 in equation (1) loaded summands absent, i.e.  $\alpha_k = 0, k = 1, 2$ . Then in order to the boundary value problem (2)–(6) has a unique  $L_2$  — strong solution, if only if conditions are fulfilled:

$$\begin{vmatrix} \frac{\sin sT + \mu_1 shsT}{s} & \cos sT - \mu_0 chsT \\ \cos sT - \mu_1 chsT & s(-\sin sT + \mu_0 shsT) \end{vmatrix} \neq 0, s \in S. \quad (9)$$

*Corollary 2.* Under the conditions of Theorem 1, we assume that  $T = 2\pi, \mu_0 = \mu_1 = 1$ . Then in order to the boundary value problem (2)–(6) has a unique  $L_2$  — strong solution, if only if conditions are fulfilled:

$$\left(1 + \alpha_2 \frac{1 - \cos s(t_2 + T)}{s^2}\right) \cdot [s^2 + \alpha_1] \neq 0, \forall s \in S. \quad (10)$$

*Proof of theorem 1.* We carry out proof of the theorem by method of separation of variables, i.e. we look for a solution of problem (2)–(6) in the following form:

$$\begin{aligned} u^{(1)}(x, t) &= \sum_{s \in S} u_s^{(1)}(t) \cdot \exp\{is \cdot x\}; \\ u^{(2)}(x, t) &= \sum_{s \in S} u_s^{(2)}(t) \cdot \exp\{is \cdot x\}. \end{aligned} \quad (11)$$

We take into account the corresponding expansions for the right-hand sides of equations (2), (6):

$$\begin{aligned} f^{(1)}(x, t) &= \sum_{s \in S} f_s^{(1)}(t) \exp\{is \cdot x\}; \\ f^{(2)}(x, t) &= \sum_{s \in S} f_s^{(2)}(t) \exp\{is \cdot x\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Boundary value problem (2)–(6) can be reduced to the study of boundary value problems for a countable system of loaded ordinary differential equations

$$-\frac{d^2u_s^{(1)}(t)}{dt^2} + s^2u_s^{(1)}(t) + \alpha_1u_s^{(1)}(t_1) = f_s^{(1)}(t) \text{ при } t \in (0; T); \tag{13}$$

$$\frac{d^2u_s^{(2)}(t)}{dt^2} + s^2u_s^{(2)}(t) + \alpha_2u_s^{(2)}(t_2) = f_s^{(2)}(t) \text{ при } t \in (-T; 0); \tag{14}$$

$$\begin{cases} u_s^{(1)}(T) = \mu_0u_s^{(2)}(-T); \\ \frac{du_s^{(1)}(T)}{dt} = \mu_1\frac{du_s^{(2)}(-T)}{dt}. \end{cases} \tag{15}$$

We introduce a systems of numbers  $\{v_s, s \in S\}$ ,  $\{\varphi_s, s \in S\}$ , as long as temporarily unknown, by which instead of the problems (13)–(15) we consider the following boundary value problems

$$\begin{cases} -\frac{d^2u_s^{(1)}(t)}{dt^2} + s^2u_s^{(1)}(t) + \alpha_1u_s^{(1)}(t_1) = f_s^{(1)}(t) & t \in (0; T); \\ u_s^{(1)}(T) = \mu_0v_s & \frac{du_s^{(1)}(T)}{dt} = \mu_1\varphi_s & s \in S; \end{cases} \tag{16}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2u_s^{(2)}(t)}{dt^2} + s^2u_s^{(2)}(t) + \alpha_2u_s^{(2)}(t_2) = f_s^{(2)}(t) & t \in (-T; 0); \\ u_s^{(2)}(-T) = v_s & \frac{du_s^{(2)}(-T)}{dt} = \varphi_s & s \in S. \end{cases} \tag{17}$$

The general solution of equation (16) takes the form:

$$\begin{aligned} u_{o.p}^{(1)} &= C_1chst + C_2shst + \int_t^T \frac{shs(t-\tau)}{s} \cdot F_s^{(1)}(\tau) d\tau = \\ &= C_1chst + C_2shst + \int_t^T \frac{shs(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau - \int_t^T \frac{shs(t-\tau)}{s} \alpha_1u_s^{(1)}(t_1) d\tau. \end{aligned} \tag{18}$$

The general solution of equation (17):

$$\begin{aligned} u_{o.p}^{(2)} &= \tilde{C}_1 \cos st + \tilde{C}_2 \sin st + \int_{-T}^t \frac{\sin s(t-\tau)}{s} \cdot F_s^{(2)}(\tau) d\tau = \tilde{C}_1 \cos st + \\ &+ \tilde{C}_2 \sin st + \int_{-T}^t \frac{\sin s(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau - \int_{-T}^t \frac{\sin s(t-\tau)}{s} \alpha_2u_s^{(2)}(t_2) d\tau. \end{aligned} \tag{19}$$

Now we find  $C_1, C_2$  and  $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2$  from the conditions  $u_s^{(1)}(T) = \mu_0v_s$ ,  $\frac{du_s^{(1)}(T)}{dt} = \mu_1\varphi_s$ ,  $s \in S$  and  $u_s^{(2)}(-T) = v_s$ ,  $\frac{du_s^{(2)}(-T)}{dt} = \varphi_s$ ,  $s \in S$  ((16), (17)):

$$\begin{aligned} C_1 &= \mu_0v_schsT - \frac{\mu_1\varphi_s}{s} \cdot shsT; \\ C_2 &= \frac{\mu_1\varphi_s}{s} \cdot chsT - \mu_0v_s \cdot shsT; \\ \tilde{C}_1 &= v_s \cos s(-T) - \frac{\varphi_s}{s} \sin s(-T); \\ \tilde{C}_2 &= \frac{\varphi_s}{s} \cos s(-T) + v_s \sin s(-T). \end{aligned}$$

Found  $C_1, C_2$  and  $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2$  we substitute in (18) and (19), respectively, we obtain the following representation:

$$u_s^{(1)}(t) = \mu_0 v_s chs(t-T) + \frac{\mu_1 \varphi_s}{s} shs(t-T) + \int_t^T \frac{shs(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau - \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1) \frac{1-chs(t-T)}{s^2}$$
(20)

and

$$u_s^{(2)}(t) = v_s \cos s(t+T) + \frac{\varphi_s}{s} \sin s(t+T) + \int_{-T}^t \frac{\sin s(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau - \alpha_2 u_s^{(2)}(t_2) \cdot \frac{1-\cos s(t+T)}{s^2}$$
(21)

In these representations the unknowns are

$$v_s, \varphi_s, \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1), \alpha_2 u_s^{(2)}(t_2).$$

For finding them we use the representations (20) and (21). At first, we find the representations for the derivatives of solutions of problems (16) and (17):

$$\frac{du_s^{(1)}(t)}{dt} = \int_t^T f_s^{(1)}(\tau) \cdot chs(t-\tau) d\tau + \mu_1 \varphi_s \cdot chs(t-T) + \mu_0 v_s \cdot s \cdot shs(t-T) + \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1) \frac{shs(t-T)}{s};$$
(22)

$$\frac{du_s^{(2)}(t)}{dt} = \int_{-T}^t f_s^{(2)}(\tau) \cdot \cos s(t-\tau) d\tau + \varphi_s \cdot \cos s(t+T) - v_s \cdot s \cdot \sin s(t+T) - \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1) \frac{\sin s(t+T)}{s}$$
(23)

Further, using on the line  $t=0$  in the domain  $Q$ , the conjugation conditions for the solutions (20)–(21) and their derivatives (22)–(23):

$$\begin{cases} u_s^{(1)}(0+) = u_s^{(2)}(0-); \\ \frac{du_s^{(1)}(0+)}{dt} = \frac{du_s^{(2)}(0-)}{dt}, \end{cases}$$

we finally obtain:

$$\left( \frac{\sin sT}{s} + \mu_1 \frac{shsT}{s} \right) \cdot \varphi_s + (\cos sT - \mu_0 chsT) \cdot v_s - \frac{1-\cos sT}{s^2} \cdot \alpha_2 u_s^{(2)} + \frac{1-chsT}{s^2} \cdot \alpha_1 u_s^{(1)} = F_s^1;$$

$$(\cos sT - \mu_1 chsT) \cdot \varphi_s + s(-\sin sT + \mu_0 shsT) \cdot v_s - \frac{\sin sT}{s} \cdot \alpha_2 u_s^{(2)} + \frac{shsT}{s} \cdot \alpha_1 u_s^{(1)} = F_s^2,$$
(24)

where

$$F_s^1 = \int_{-T}^0 \frac{\sin s\tau}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau - \int_0^T \frac{shs\tau}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau;$$

$$F_s^2 = - \int_{-T}^0 \cos s\tau \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau + \int_0^T chs\tau \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau.$$
(25)

By submissions (20) and (21) we assume  $t=t_1$  and  $t=t_2$ , and multiply the obtained expressions for the corresponding  $\alpha_1, \alpha_2$ . As a result, we will have:

$$\alpha_1 \mu_0 chs(t_1-T) \cdot v_s + \frac{\alpha_1 \mu_1}{s} shs(t_1-T) \cdot \varphi_s - \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1) \left( 1 + \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1) \frac{1-chs(t_1-T)}{s^2} \right) = F_s^3;$$

$$\alpha_2 \cos s(t_2+T) \cdot v_s + \frac{\alpha_2}{s} \sin s(t_2+T) \cdot \varphi_s - \alpha_2 u_s^{(2)}(t_2) \left( 1 + \alpha_2 u_s^{(2)}(t_2) \cdot \frac{1-\cos s(t_2+T)}{s^2} \right) = F_s^4,$$
(26)

where

$$\begin{aligned}
 F_s^3 &= -\alpha_1 \int_{t_1}^T \frac{shs(t_1 - \tau)}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau; \\
 F_s^4 &= -\alpha_2 \int_{-T}^{t_2} \frac{\sin s(t_2 - \tau)}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau.
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

Now from (24) and (26) we define the unknown quantities  $\varphi_s, v_s, \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1), \alpha_2 u_s^{(2)}(t_2)$ , by the formulas  $\forall s \in S$ :

$$\varphi_s = \frac{|\Delta_{\varphi_s}|}{|\Delta_s|}, \quad v_s = \frac{|\Delta_{v_s}|}{|\Delta_s|}, \quad \alpha_1 u_s^{(1)}(t_1) = \frac{|\Delta_{\alpha_1 u_s^{(1)}(t_1)}|}{|\Delta_s|}, \quad \alpha_2 u_s^{(2)}(t_2) = \frac{|\Delta_{\alpha_2 u_s^{(2)}(t_2)}|}{|\Delta_s|}.
 \tag{28}$$

where the matrices  $\Delta_{\varphi_s}, \Delta_{v_s}, \Delta_{\alpha_1 u_s^{(1)}(t_1)}, \Delta_{\alpha_2 u_s^{(2)}(t_2)}$  are obtained from the matrix  $\Delta_s$  by replacing the corresponding columns to elements  $F_s^1, F_s^2, F_s^3, F_s^4$ .

Next, substituting (28) into (20) and (21), we obtain the final representation of the solutions of boundary problems (16), (17):

$$\begin{aligned}
 u_s^{(1)}(t) &= \frac{|\Delta_{v_s}|}{|\Delta_s|} \cdot \mu_0 \cdot chs(t-T) + \frac{|\Delta_{\varphi_s}|}{|\Delta_s|} \cdot \mu_1 \cdot \frac{shs(t-T)}{s} + \int_t^T \frac{shs(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau - \\
 &\quad - \frac{|\Delta_{\alpha_1 u_s^{(1)}(t_1)}|}{|\Delta_s|} \cdot \frac{1 - chs(t-T)}{s^2}, \quad s \in S;
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
 u_s^{(2)}(t) &= \frac{|\Delta_{v_s}|}{|\Delta_s|} \cdot \cos s(t+T) + \frac{|\Delta_{\varphi_s}|}{|\Delta_s|} \cdot \frac{\sin s(t+T)}{s} + \int_{-T}^t \frac{\sin s(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau - \\
 &\quad - \frac{|\Delta_{\alpha_2 u_s^{(2)}(t_2)}|}{|\Delta_s|} \cdot \frac{1 - \cos s(t+T)}{s^2}, \quad s \in S.
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Now let us discuss the issue of establishing  $L_2$  — estimates for solutions of (29)–(30), uniform in  $s \in S$ , i.e. estimates of the form:

$$\|u_s^{(1)}(t)\|_{L_2(0,T)} \leq C_1 \|f_s^{(1)}\|_{L_2(0,T)}, \quad s \in S
 \tag{31}$$

$$\|u_s^{(2)}(t)\|_{L_2(-T,0)} \leq C_2 \|f_s^{(2)}\|_{L_2(-T,0)}, \quad s \in S
 \tag{32}$$

where the constants  $C_1, C_2$  do not depend on  $s$ .

For this we first consider the case of absence of loaded summands. From (29), (30) we obtain the following representation for the desired solutions ( $s \in S$ ):

$$u_s^{(1)}(t) = \int_t^T \frac{shs(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau + \frac{|\tilde{\Delta}_{\varphi_s}|}{|\tilde{\Delta}_s|} \cdot \mu_1 \cdot \frac{shs(t-T)}{s} + \frac{|\tilde{\Delta}_{v_s}|}{|\tilde{\Delta}_s|} \cdot \mu_0 \cdot chs(t-T);
 \tag{33}$$

$$u_s^{(2)}(t) = \int_{-T}^t \frac{\sin s(t-\tau)}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau + \frac{|\tilde{\Delta}_{\varphi_s}|}{|\tilde{\Delta}_s|} \cdot \frac{\sin s(t+T)}{s} + \frac{|\tilde{\Delta}_{v_s}|}{|\tilde{\Delta}_s|} \cdot \cos s(t+T),
 \tag{34}$$

where:

$$\begin{aligned}
 |\tilde{\Delta}_s| &= \begin{vmatrix} \frac{\sin sT}{s} + \mu_1 \frac{shsT}{s} & \cos sT - \mu_0 chsT \\ \cos sT - \mu_1 chsT & s(-\sin sT + \mu_0 shsT) \end{vmatrix} = \\
 &= -1 - \mu_0 \mu_1 + (\mu_0 - \mu_1) \sin sT \cdot shsT + (\mu_0 + \mu_1) \cos sT \cdot chsT;
 \end{aligned}
 \tag{35}$$



$$\begin{aligned}
 \left| \tilde{\Delta}_{\phi_s} \right| &= \left| \begin{array}{cc} \int_{-T}^0 \frac{\sin s\tau}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau - \int_0^T \frac{sh s\tau}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau & \cos sT - \mu_0 chsT \\ - \int_{-T}^0 \cos s\tau \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau + \int_0^T chs\tau \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau & s(-\sin sT + \mu_0 shsT) \end{array} \right| = \\
 &= \int_{-T}^0 f_s^{(2)}(\tau) [\cos s(\tau + T) - \mu_0 (\cos s\tau \cdot chsT - \sin s\tau \cdot shsT)] d\tau + \\
 &\quad + \int_0^T f_s^{(1)}(\tau) [\mu_0 chs(\tau - T) - chs\tau \cdot \cos sT + shs\tau \sin sT] d\tau; \tag{36}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \left| \tilde{\Delta}_{\psi_s} \right| &= \left| \begin{array}{cc} \frac{\sin sT}{s} + \mu_1 \frac{shsT}{s} & \int_{-T}^0 \frac{\sin s\tau}{s} \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau - \int_0^T \frac{sh s\tau}{s} \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau \\ \cos sT - \mu_1 chsT & - \int_{-T}^0 \cos s\tau \cdot f_s^{(2)}(\tau) d\tau + \int_0^T chs\tau \cdot f_s^{(1)}(\tau) d\tau \end{array} \right| = \\
 &= \frac{1}{s} \int_{-T}^0 f_s^{(2)}(\tau) [-\sin s(\tau + T) + \mu_1 (\sin s\tau \cdot chsT - shsT \cdot \cos s\tau)] d\tau + \\
 &\quad + \frac{1}{s} \int_0^T f_s^{(1)}(\tau) [\mu_1 shs(T - \tau) + shs\tau \cdot \cos sT + \sin sT \cdot chs\tau] d\tau. \tag{37}
 \end{aligned}$$

Substituting (35)–(37) into (33), we obtain:

$$\begin{aligned}
 u_s^{(1)}(t) &= \frac{1}{s \cdot \left| \tilde{\Delta}_s \right|} \cdot \int_{-T}^0 f_s^{(2)}(\tau) \{ \mu_1 shs(t - T) \cdot \cos s(\tau + T) - \mu_0 \sin s(\tau + T) \cdot chs(t - T) + \\
 &\quad + \mu_0 \mu_1 [\cos s\tau \cdot chs(2T - t) - shst \cdot \cos s\tau] \} d\tau + \\
 &+ \frac{1}{s \cdot \left| \tilde{\Delta}_s \right|} \cdot \int_0^T f_s^{(1)}(\tau) \{ \mu_0 \mu_1 shs(t - \tau) + \mu_0 \sin sT \cdot chs(t - T) chs\tau - \mu_1 \cos sT \cdot shs(t - T) chs\tau \} d\tau + \\
 &+ \frac{1}{s \cdot \left| \tilde{\Delta}_s \right|} \int_t^T f_s^{(1)}(\tau) \{ -(1 + \mu_0 \mu_1) shs(t - \tau) + (\mu_0 - \mu_1) \sin sT \cdot shsT \cdot sh(t - \tau) + \\
 &\quad + (\mu_0 + \mu_1) \cos sT \cdot chsT \cdot shs(t - \tau) \} d\tau. \tag{38}
 \end{aligned}$$

Formulas for solutions of (36) and (40) provide the required  $L_2$ -estimates for the functions themselves

$u_s^{(1)}(t)$ ,  $u_s^{(2)}(t)$  and their derivatives  $\frac{du_s^{(1)}(t)}{dt}$ ,  $\frac{du_s^{(2)}(t)}{dt}$ ,  $\frac{d^2u_s^{(1)}(t)}{dt^2}$ ,  $\frac{d^2u_s^{(2)}(t)}{dt^2}$ :

$$\left\| u_s^{(1)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} \leq C_1 \left[ \left\| f_s^{(1)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} + \left\| f_s^{(2)}(t) \right\|_{L_2(-T,0)} \right]; \tag{39}$$

$$\left\| u_s^{(2)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} \leq C_2 \left[ \left\| f_s^{(1)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} + \left\| f_s^{(2)}(t) \right\|_{L_2(-T,0)} \right]; \tag{40}$$

$$\left\| \frac{du_s^{(1)}(t)}{dt} \right\|_{L_2(0,T)} \leq C_3 \left[ \left\| f_s^{(1)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} + \left\| f_s^{(2)}(t) \right\|_{L_2(-T,0)} \right]; \tag{41}$$

$$\left\| \frac{d^2u_s^{(1)}(t)}{dt^2} \right\|_{L_2(0,T)} \leq C_4 \left[ \left\| s \cdot f_s^{(1)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} + \left\| s \cdot f_s^{(2)}(t) \right\|_{L_2(-T,0)} \right]; \tag{42}$$

$$\left\| \frac{du_s^{(2)}(t)}{dt} \right\|_{L_2(0,T)} \leq C_5 \left[ \left\| f_s^{(1)}(t) \right\|_{L_2(0,T)} + \left\| f_s^{(2)}(t) \right\|_{L_2(-T,0)} \right]; \tag{43}$$

$$\left\| \frac{d^2 u_s^{(2)}(t)}{dt^2} \right\|_{L_2(0,T)} \leq C_6 \left[ \|s \cdot f_s^{(1)}(t)\|_{L_2(0,T)} + \|s \cdot f_s^{(2)}(t)\|_{L_2(-T,0)} \right]. \quad (44)$$

*Lemma 1.* Problem (2)–(6) under the conditions (7) has a unique  $L_2$ -strong solution if and only if all the boundary problems from (10)–(11) and (12) are uniquely solvable, and there are not dependent on  $s$  constants  $C_1, C_2$  such that the estimates (39) and (40) are valid.

### References

- 1 Лаврентьев М.А., Бицадзе А.В. К проблеме уравнений смешанного типа // ДАН СССР. — 1950. — Т. 70. — № 3. — С. 373–376.
- 2 Сабитов К.Б., Мелишева Е.П. Задача Дирихле для нагруженного уравнения смешанного типа в прямоугольной области // Изв. вузов. Математика, 2013. — № 7. — С. 62–76.
- 3 Сабитов К.Б., Удалова Г.Ю. Краевая задача для уравнения смешанного типа третьего порядка с условиями периодичности // Вестн. Самарс. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. — 2013. — 3 (32). — С. 29–45.

М.Ы.Рамазанов, А.К.Жанболова

### Аралас типті жүктеулі тендеу үшін берілген бір шеттік есеп туралы

Тік төртбұрышты облыста берілген аралас типті жүктеулі тендеу үшін шекаралық есеп зерттелген. Есептің ерекшелігі гиперболалық және эллипстік бөліктерінің операторын тікелей айналдыруға және берілген есепті сингулярлы интегралдық тендеулерді шешуге әкелуге болмайтындығында. Жалғыз  $L_2$ -әлді шешімінің бар болу шарттары табылған.

М.И.Рамазанов, А.К.Жанболова

### Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения смешанного типа

Исследована граничная задача для нагруженного уравнения смешанного типа в прямоугольной области. Особенностью задачи является то, что не удается непосредственно обратиться оператор гиперболической и эллиптической частей и свести исходную задачу к исследованию разрешимости сингулярных интегральных уравнений. Найдены условия существования единственного  $L_2$ -сильного решения.

### References

- 1 Lavrent'ev M.A., Bicadze A.V. *RAS USSR*, 1950, 70, 3, p. 373–376.
- 2 Sabitov K.B., Melisheva E.P. *Proceedings of the higher educational institutions. Mathematics*, 2013, 7, p. 62–76.
- 3 Sabitov K.B., Udaloval G.Yu. *Bull. of the Samara State Technical University. Series Physics and mathematics*, 2013, 3 (32), p. 29–45.

М.Серик, М.Н.Бакиев, Г.Ф.Нурбекова

*Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана (E-mail: serik\_meruerts@mail.ru)*

## Методические указания по разработке программы движения робота MINDSTORMS NXT вдоль линии

В статье рассмотрены вопросы разработки программы движения робота Mindstorms NXT вдоль линии определенного цвета, расположенного на фоне другого цвета.

*Ключевые слова:* робот Mindstorms NXT, программа, калибровка датчика, цикл.

Для студентов специальности информатики в учебный план введен разработанный специальный курс по основам робототехники [1, 2]. В данной работе рассматриваются вопросы составления программы движения робота Mindstorms NXT вдоль линии определенного цвета, расположенного на фоне другого цвета.

Задача состоит в том, чтобы написать программу для робота, который, обнаружив замкнутую черную линию, должен остановиться и затем начать движение вдоль нее.

Вначале составим программу для движения по черной линии. После чего её надо будет объединить с программой обнаружения черной линии.

Начнем с составления программы движения по черной линии. Для этого в новом документе вставим блок цикла [3] (рис. 1).

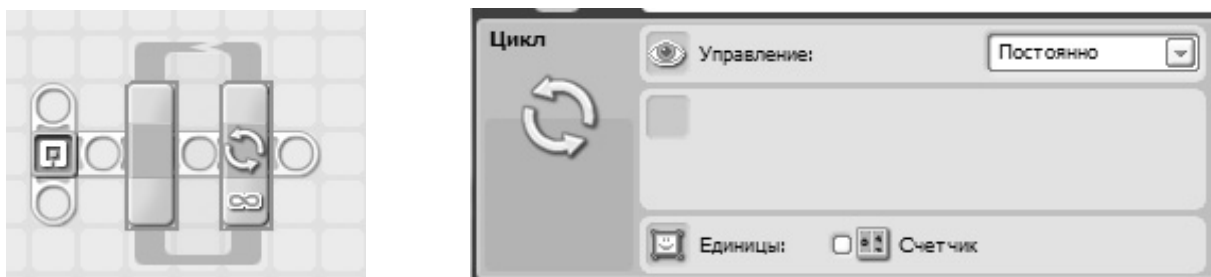


Рисунок 1. Блок «Цикл» с настройками по умолчанию

Далее надо произвести калибровку датчика освещенности робота Mindstorms NXT (рис. 2). Для калибровки датчика освещенности следует выполнить указанные ниже действия [4]:

1. Вызвать окно «Калибровка датчиков» с помощью команд строки меню «Инструменты-Калибровка датчиков».
2. В вызванном окне нажать на кнопку «Калибровать».
3. На экране NXT для фиксации обнаруженного минимального значения датчика освещенности, находящегося на черной полосе, должна высвечиваться команда «Enter». После нажатия на кнопку «Enter NXT», минимальное значение будет зафиксировано.
4. Далее на экране NXT высвечивается команда «Enter» для фиксации максимального значения освещенности. При этом датчик освещенности должен находиться на белом фоне. После нажатия на кнопку «Enter NXT», фиксируется максимальное значение освещенности.
5. Для завершения калибровки в окне «Калибровка датчиков» нажимаем на кнопку «Обновить».
6. Результат калибровки отражен на рисунке 2.

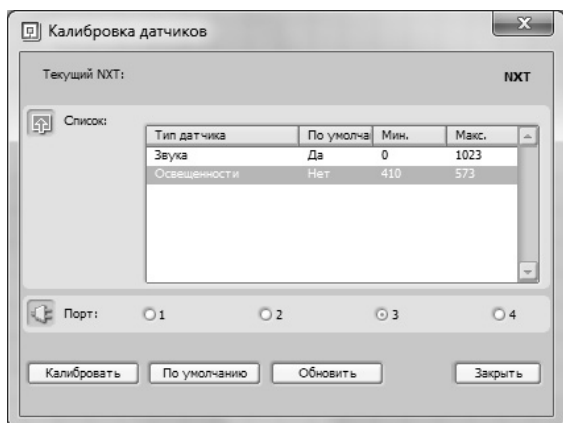


Рисунок 2. Окно Калибровка датчиков

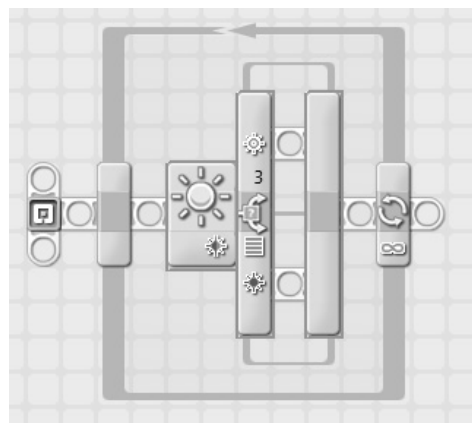


Рисунок 3. Блок «Цикл» с блоком «Переключатель»

Следующим шагом является вставка внутрь блока «Цикл» блока «Переключатель». В настройках блока «Переключатель» выбран датчик «Освещенность» (рис. 3, 4).

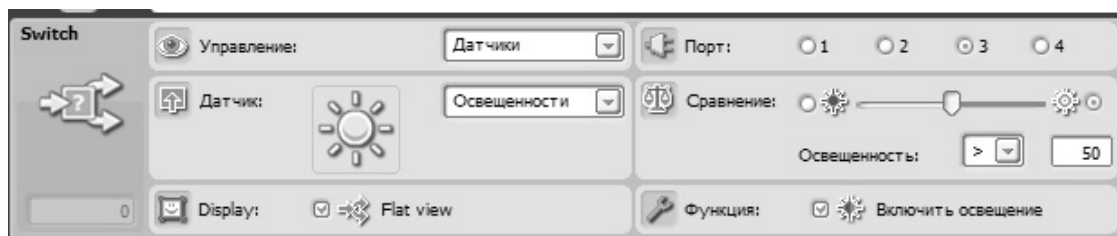


Рисунок 4. Настройки блока «Переключатель»

Настройка блока «Переключатель»:

Управление: Датчики

Датчик: Освещенность

Порт: 3

Функция: Включить освещение

*Замечание.* Обратите внимание, к какому порту подключен датчик освещенности (рекомендуется третий порт).

Запустите программу заданного этапа и определите пороговое значение освещенности. В нашем случае значение освещенности на черной линии равно 26 (рис. 5), а на белом фоне — 80 (рис. 6).

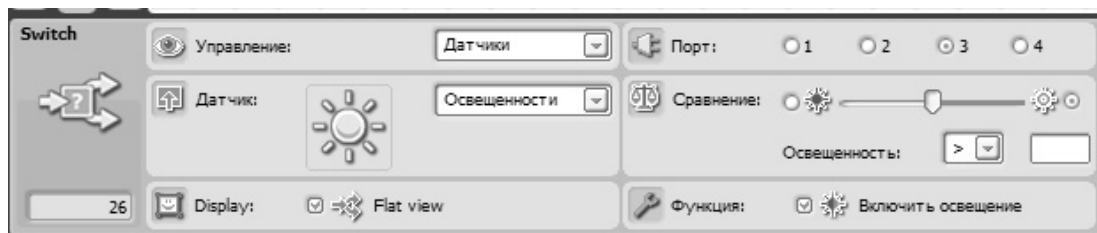


Рисунок 5. Значение освещенности на черной линии

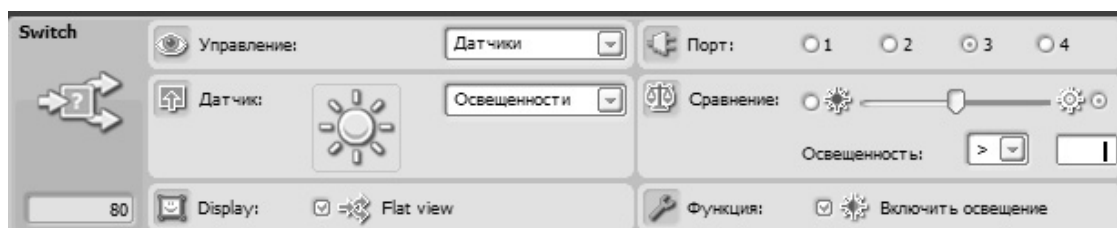


Рисунок 6. Значение освещенности на белом фоне

В нашем случае пороговое значение выбирается как среднее из 26 и 80, т.е. равно 53 (рис. 7).

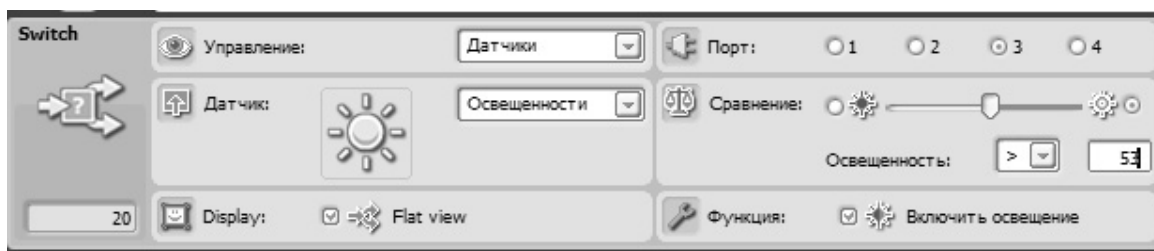


Рисунок 7. Пороговое значение освещенности

В верхнюю часть блока «Переключатель» вставим блок «Движение» с соответствующими настройками, показанными на рисунках 8 и 9.

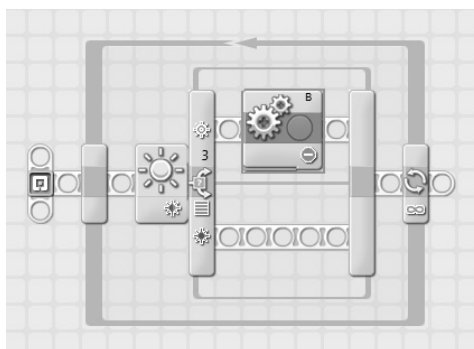


Рисунок 8. Вставка блока «Движение» в верхнюю часть



Рисунок 9. Настройка блока «Движение» данного этапа

На рисунке 9 показано назначение двигателя В, т.е. остановка двигателя В с включением тормоза. Добавим еще один блок «Движение» для движения «вперед» (рис. 10, 11).

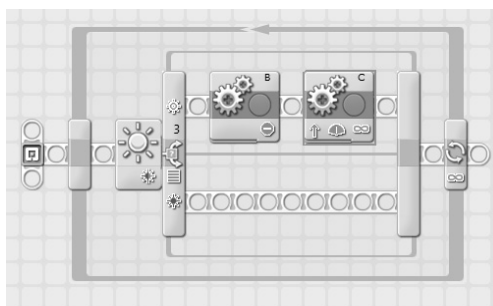


Рисунок 10. Вставка двигателя С в верхнюю часть



Рисунок 11. Настройки двигателя С верхней части

На рисунке 11 представлены настройки двигателя С:

Порт: С

Направление: вперед

Мощность: 51 %

Время: ограничения нет.

Далее, используя клавишу Ctrl, скопируем блоки движения из верхней части в нижнюю часть переключателя, после этого изменить для каждого из них порт В на С и наоборот (рис. 12).

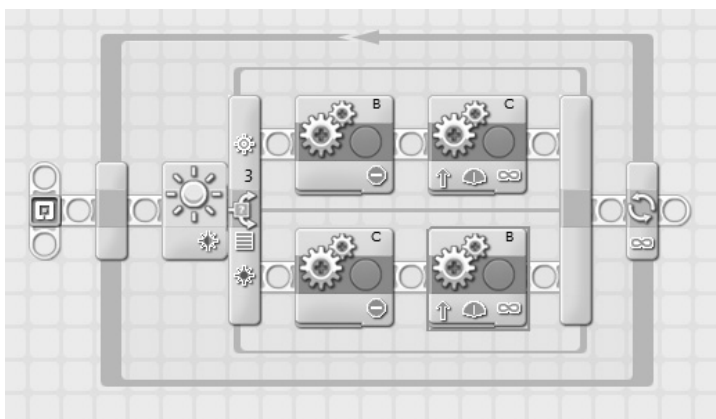


Рисунок 12. Программа движения по черной линии

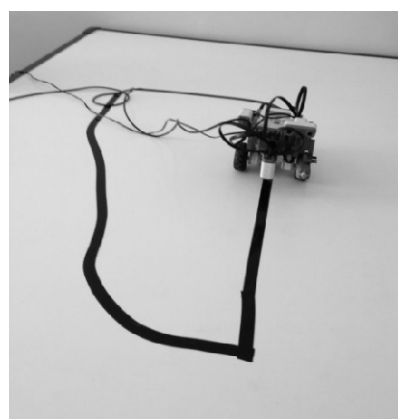


Рисунок 13. Движение робота по заданной траектории

На рисунке 14 представлен окончательный вид программы, т.е. программа обнаружения черной линии и движения по ней.

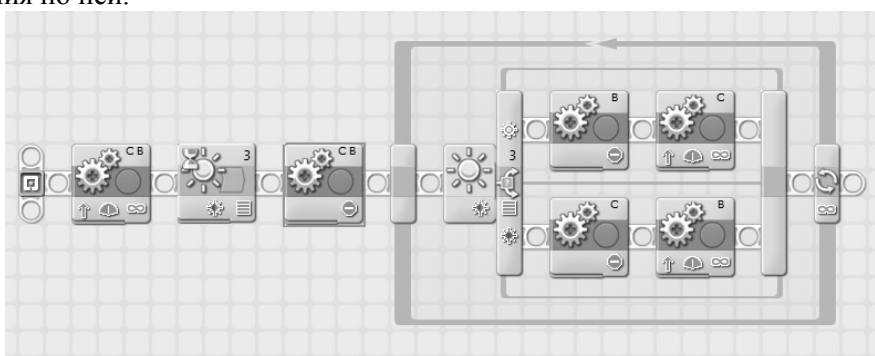


Рисунок 14. Обнаружение черной линии и движение по ней

Для самостоятельной работы даются следующие задания: провести эксперимент движения робота, меняя значения:

- мощностей двигателей;
- толщину черной линии;
- пороговое значение освещенности;
- углы поворотов черной линии.

Студенты получают знания и умения по назначению блока «Цикл», назначению блока «Переключатель», определению порогового значения освещенности и др.

### Список литературы

- 1 Серик М., Балгожина Г.Б. Совершенствование профессиональной подготовки студентов в аспекте логического программирования // Междунар. журн. экспериментального образования. — М.: ИД «Академия естествознания». — 2013. — № 1. — С. 98–100.
- 2 Серик М., Нугманова Г.Н., Азиева Н. Структурно-логическая схема в содержании информационно-дидактической системы // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований. — М.: РАЕ, 2013. — № 10 (Ч. 2). — С. 82–83.
- 3 Павленко В.В. Программирование робототехнических средств. [ЭР]. Режим доступа: [http://spravka\\_po\\_po\\_Lego.pdf](http://spravka_po_po_Lego.pdf). — С. 3–5.
- 4 Серик М., Бакиев М.Н., Нурбекова Г.Ф. К вопросу изучения робота Mindstorms NXT из содержания информационно-дидактической системы // Материалы XVIII Междунар. науч-практ. интернет-конф. «Проблемы и перспективы развития науки в начале третьего тысячелетия в странах СНГ». — Переяслав-Хмельницкий (Украина), 2013. — С. 202–203.

М.Серік, М.Н.Бақиев, Г.Ф.Нұрбекова

### **Сызық бойынша MINDSTORMS NXT роботының қозғалу программасын жазуға әдістемелік нұсқау**

Мақалада сызық бойынша Mindstorms NXT роботының ақ фонда қара сызық үстімен қозғалу программасын жазу мен жүзеге асыруды ұйымдастыру қарастырылды.

M.Serik, M.N.Bakiev, G.F.Nurbekova

### **Guidelines far the development programme MINDSTORMS NXT robot motion along the line**

This article discusses issues of program development, programming of the robot Mindstorms NXT along a certain color, located on a background of a different color.

### References

- 1 Serik M., Balgozhina G.B., *International magazine of experimental education*, Moscow: ID «Natural sciences academy», 2013, 1, p. 98–100.
- 2 Serik M., Nugmanova G.N., Azieva N. *Mezhdunarodnyj zhurnal prikladnyh i fundamentalnyh issledovanij*, Moscow: RAE, 2013, 10 (Ch.2), p. 82–83.
- 3 Pavlenko V.V. *Programming of robotic means*, [ER]. Access mode: [http://spravka\\_po\\_po\\_Lego.pdf](http://spravka_po_po_Lego.pdf), p. 3–5.
- 4 Serik M., Bakiev M.N., Nurbekova G.F. *Materials XVIII mezhd.nauch-prakt.internet-konf.* «Problems and prospects of development of science at the beginning of the third millennium in SNG countries». Pereyaslav-Khmelnytsky (Ukraine), 2013, p. 202–203.

М.Серік, А.Е.Байғараева

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана (E-mail: Serik\_m@enu.kz)

## Параллель есептеулер кластерін баптау

Кластер жоғары жылдамдықты байланыс арналарымен өзара біріккен компьютерлер (түйіндер) жиыны болып табылады, ал арнайы бағдарламаның қамтамасыз етілуі түйіндердің параллельді жұмысын ұйымдастыруға мүмкіндік береді. Қазіргі қуатты кластерлер бірнеше мыңдаған процессорлық элементтерден тұрады. Дегенмен қазіргі таңда кластер жүйелерін қолдану тиімділігі, бағдарламамен қамтамасыз етілуімен қатар (тілдері, технологиясы және параллель бағдарламалаудың аспапты ортасы), параллель есептеуді ұйымдастыру мен олардың тиімді орындалуы сияқты шешілмеген мәселелерге келіп тіреледі. Сондықтан кластерде параллель есептеулерді тиімді ұйымдастыру, олардың шекті мүмкіндіктерін мен нақты күрделі есепте осал жерлерін анықтау мәселесі өзекті болып тұр.

*Кілт сөздер:* кластер, супер компьютерлер, бұйрықтар, параллель есептеулер.

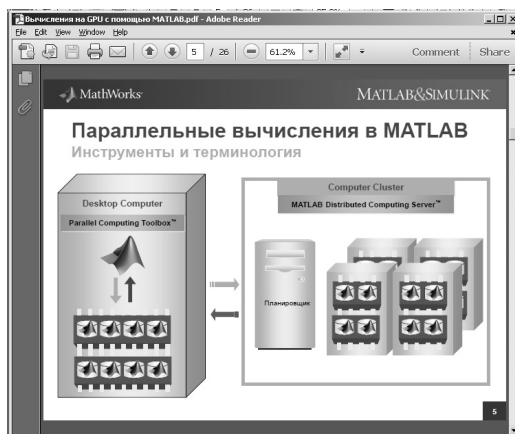
Кластер — біртұтас есептеуіш ресурс ретінде жұмыс істейтін жергілікті есептеуіш желіде біріктірілген компьютерлер тобы. Кластер тәсілдемесінің негізгі қасиеттері қолжетімділік және жеңіл кеңейтілімдік болып табылады.

Кластермен басқару жүйелеріне келесі негізін қалайтын талаптарды көрсетуге болады:

- «MATLAB Distributed Computing Server» қызметін әр компьютерге орнату;
- Windows операциялық жүйесінің ағылшын нұсқасы, яғни жұмыс кезінде сөздер тобымен қиындықтар туындамайды [1];
- бір типті компьютерлер, себебі кластер біртекті емес құрылымға ие болады да, мынадай жағдайлар ескерілуі керек болады:
- орталық процессордың қуаты, оперативтік жадтың көлемі, жергілікті желі бөлімшелерінің жылдамдығы;
- өнімділік, яғни өткізгіштік қабілеті;
- қолайлылық, яғни кластермен басқару жүйесі икемді және жақсы күйге келтірілген, сондай-ақ қолдануда қарапайым болуы қажет;
- сенімділік, яғни аппаратты платформа және бағдарламалық қамтамасыз ету жедел жұмыс жасауы қажет, істен шыққан жағдайда кластер тапсырмалардың орындалуын жалғастыруы қажет.

Егер орындалу тоқтаса, онда жүйеаралық ахуалды қалпына келтіруді басынан емес, тоқтаған жерінен жалғастыруы керек.

Кластер қарапайым жергілікті есептеуіш желіге қарағанда жоғарылау сенімділік пен тиімділікті жобалайды. Кластер типтік аппараттық және бағдарламалық шешімдерді қолданады, сондықтан параллель есептеуіш жүйелердің басқа осындай түрлерімен салыстырғанда айтарлықтай арзандау болады.



1-сурет. MATLAB ортасында параллельді есептеудің құралдары



Параллельді компьютерлер — бұл процессорлар тобы және жадтар мен олардың арасындағы коммуникацияның кейбір әдістері (1-сур.). Ол екі ядролы процессор болуы мүмкін, көп процессорлық сервер немесе, мысалы, кластер (суперкомпьютер) болуы мүмкін.

Дәстүр бойынша бағдарлама тізбекті алгоритмді түрде жазылды. Тізбекті бағдарлама бір орталық процессоры бар компьютерде орындалды. Бұйрықтар бағдарламада ретімен орындалды. Қазіргі бағдарламаларды орындауда мультипроцессорлы есептеулер қолданылады. Бағдарлама бір мезгілде орындалатын бөліктерге бөлінеді және әр түрлі процессорларда есептеледі. Ресурстар бір компьютерде немесе желіге қосылған бірнеше компьютерлерде тұруы мүмкін.

Параллельді бағдарламалау процессорларды көп ядролық архитектураларға ауысуы жағдайында өзекті болады. Осыған орай MathWork, Inc және басқалар өз пакеттеріне параллель және таралған есептеулерді енгізе бастады [2].

Параллельдеу — іздеу, операциялар нұсқауын немесе бір мезгілде орындалатын тізбекті алгоритм операцияларының жиындарының орындалу процесі.

Біз MATLAB жүйесінде пайдаланылатын кейбір қажетті ұғымдарды енгіземіз:

- *worker* (жұмыс процесі) — есептеуді орындайтын MATLAB жүйесіндегі процесс;
- *mdce* (MATLAB Distributed Computing Server) — *jobmanager* және *worker*-процесі қосылғанға дейін барлық машиналарды іске қосатын қызмет. Ол барлық процестерді іске қосу үшін негіз болатын орта болып табылады [3, 4];
- *jobmanager* — ішкі есептерді жоғары ретпен толық түрде басқару;
- *node* — кластер бөлігі болып табылатын компьютер.

Енді біз оқу процесінде қолдану үшін қолжетімді кластер құрамыз.

#### **Параллель есептеулер кластерін баптау аппаратына қойылатын талаптар**

Біздің жағдайда мынадай екі ядролы компьютер алынды: Pentium (R) Dual-Core CPU 2.8 GHz және Pentium(R) Dual-Core CPU 3.5 GHz. Әр компьютердің оперативтік жадысы 2 Gb тұрады.

Бұл екі компьютер төрт ядродан (екі-екіден) тұратын болды. Әр ядрода үш *worker* (жұмысшы) іске қосуға болатындықтан, 12 *worker*лер (жұмысшылар) құруға мүмкіндік аламыз, бұл оқу мақсаттарындағы параллель есептеулер үшін құрылған кластерді пайдалануға мүмкіндік береді.

#### **Бағдарламалық қамтамасыз етуге қойылатын талаптар**

1. Әр компьютерде MATLAB R2011b орнату және іске қосу.
2. Әр компьютерде MATLAB Distributed Computing Server-ді іске қосу.

#### **Мынадай тапсырма орындайық:**

Екі компьютерден тұратын кластерлерді баптауды қарастырайық, *mdce* баптау үшін *cmd line help* утилиттерін қарастырамыз: *mdce.bat*, *start jobmanager.bat*, *start worker.bat*, *nodestatus.bat*.

1. MATLABR2011b ортасын іске қосамыз.
2. Барлық компьютерлерде *mdce* баптауын орнатып, іске қосамыз.

Бұл үшін екі нұсқаны қолдануға болады:

1) Windows бұйрық жолы көмегімен.

1.1 `cd "D:\Program Files\MATLAB\R2011b\toolbox\distcomp\bin"` каталогына өтеміз.

1.2 Бұйрықты іске қосамыз:

– `mdce install`.

– `mdce start`.

1) MATLAB жүйесінің Command Window көмегімен:

Current Folder сол терезесінде келесі жолды ашамыз:

D:\Program Files\MATLAB\R2011b\toolbox\distcomp\bin

Command Window терезесінде бұйрықты іске қосамыз:

! `mdceinstall`

! `mdcestart`

«!» таңбасы жүйелік бұйрықтың іске қосылғанын білдіреді. MATLAB ортасында параллель есептеулерді басқару үшін жоспарлаушыны (*jobmanager*) іске қосамыз:

!`start jobmanager -name jm -v`

– `v` — бұйрық терезесінде іске қосудың процесінің толық бейнесін білдіреді.

- Тапсырмаларды жоспарлаушы деген:
- басқару жүйесінің орталық компоненті болып табылады;
- процессордың қажетті ядролары және есептеуіш түйіндердің қолдануын нақтылайды;
- тапсырмалардың орындауға қойылуын қадағалайды;
- жүйелік ресурстарды пайдалану сервисі;
- тапсырмалардың іске қосылуын қадағалайды;
- тапсырмалардың арасында ресурсты үлестіреді;
- тапсырмалар кезегін сүйемелдеу үшін жауап беретін сервис;
- тапсырмалар және есептеуіш түйіндердің жағдайын зерттеп отырады;
- істен шығу жағдайында қалпына келуді қамтамасыз етеді.

Ары қарай цикл көмегімен қойылған тапсырмаларды параллель орындайтын *worker*лерді іске қосамыз. Бұйрықтарды енгізу және келесі жолға өту үшін *shift+enter*, ал кодтың енгізуін аяқтау үшін *enter* пернелер комбинациясына басылсын.

Кластерді екі сервермен ұйымдастыру үшін мына бұйрықтар орындалады:

```
clientHost = 'Server1';
node = {'Server1','Server2'};
for i = 1:length(node)
for j=1:2
str = ['!startworker -name w_' num2str(j) '_' node{i} ' -jobmanagerhost ' clientHost ' -jobmanager jm -
remotehost ' node{i} ' -v'];
eval(str)
end
end
```

Host = 'Server1' — бұл жоспарлаушыны іске қосқан компьютер. Кластердің статусын бұйрықтың көмегімен тексеруге болады:

```
!nodestatus.bat -infolevel 3;
```

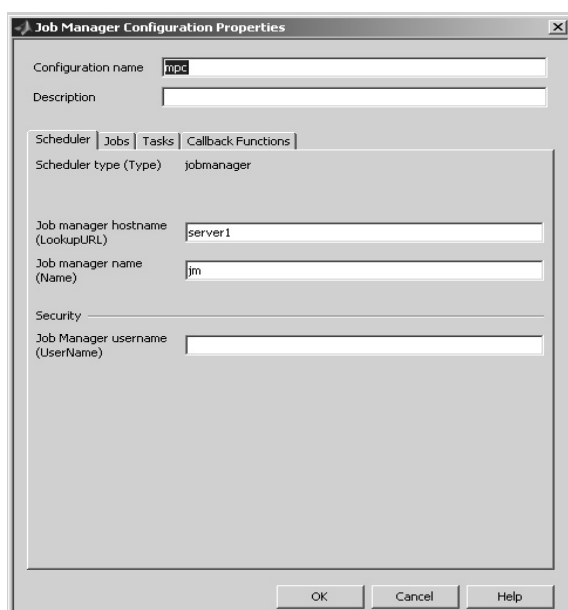
Infolevel – ақпарат алу деңгейі;

3 — «нодтар» туралы толық ақпаратты алу, егер 1 қойсақ, онда аз мөлшерде ақпарат аламыз.

Барлық процестерді іске қосу үшін сәтті баптаудан кейін, конфигурацияны баптауға кірісеміз (тек орталық серверде). Бұл үшін бұйрықтар тізбегін орындаймыз:

```
Parallel – Manage Configurations... – File – New – jobmanager.
```

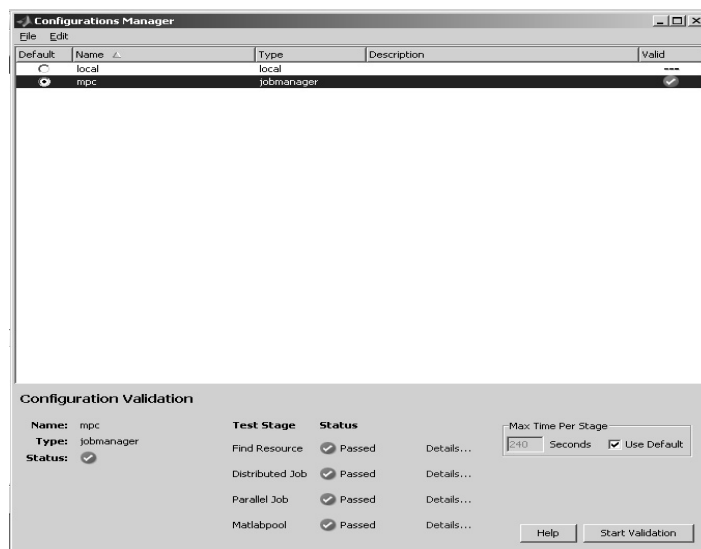
Осыдан соң құрылған jobmanager үшін қасиет таңдаймыз және 2-суреттегідей көрсетеміз:



2-сурет. Jobmanager терезесі

Конфигурация параметрлерін сақтаймыз және Start Validation батырмасы көмегімен тексереміз, ол үшін келесі бұйрықтарды орындау керек (3-сур.):

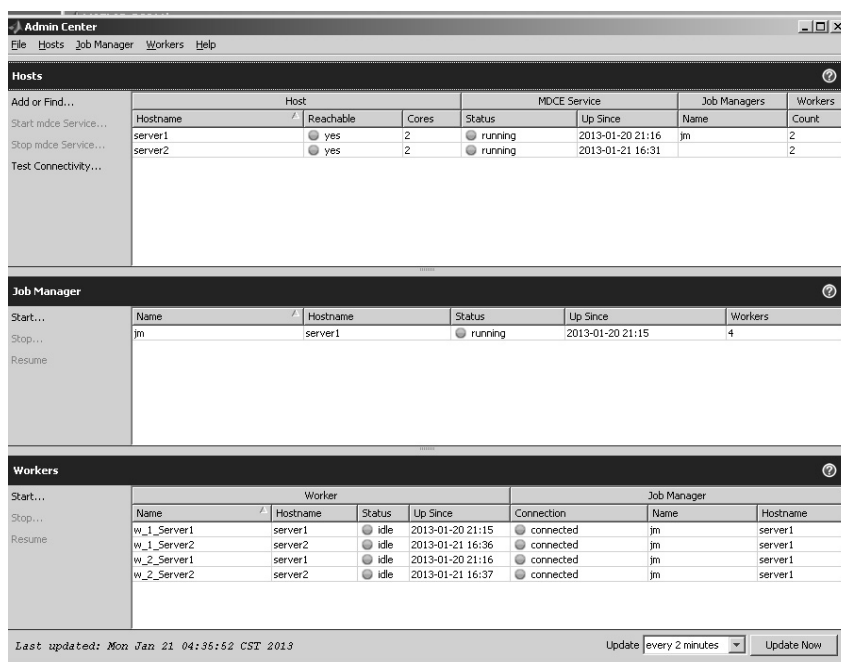
Parallel – Manage Configurations – mpc – контексті мәзір – Start Validation.



3-сурет. Start Validation бұйрығының орындалу нәтижесі

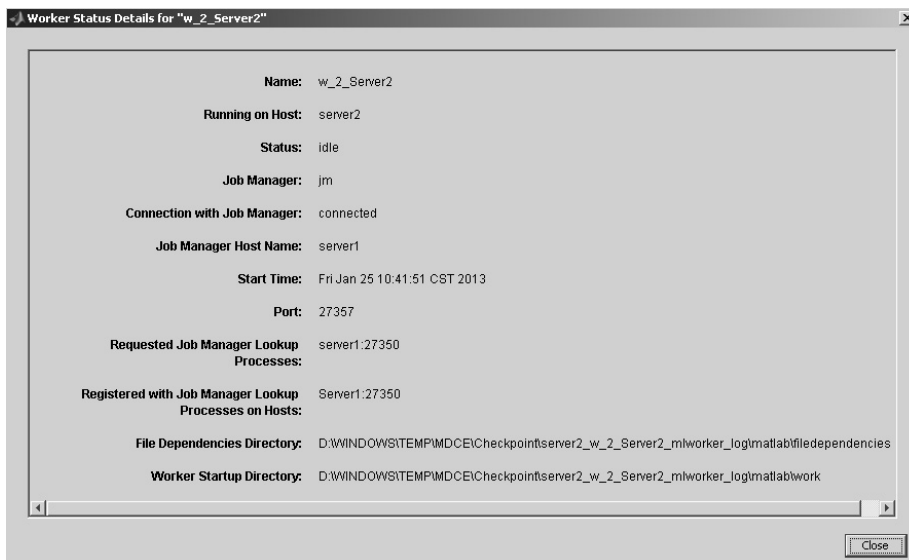
Кластердің параметрлерін қарап шығу және басқару үшін мына бұйрықты пайдаланамыз: !admincenter.bat

Келесі терезе пайда болады (4-сур.)



4-сурет. AdminCenter терезесі

Ұсынылған деректерді басқаруға болады, ол үшін тиісті жолда контекстік мәзір арқылы тиісті бұйрықты таңдау керек. Мысалы, w\_2\_Server2-де оң батырманы шертіп және пайда болған контекстік мәзірден Properties таңдап, келесі ақпаратты аламыз (5-сур.):

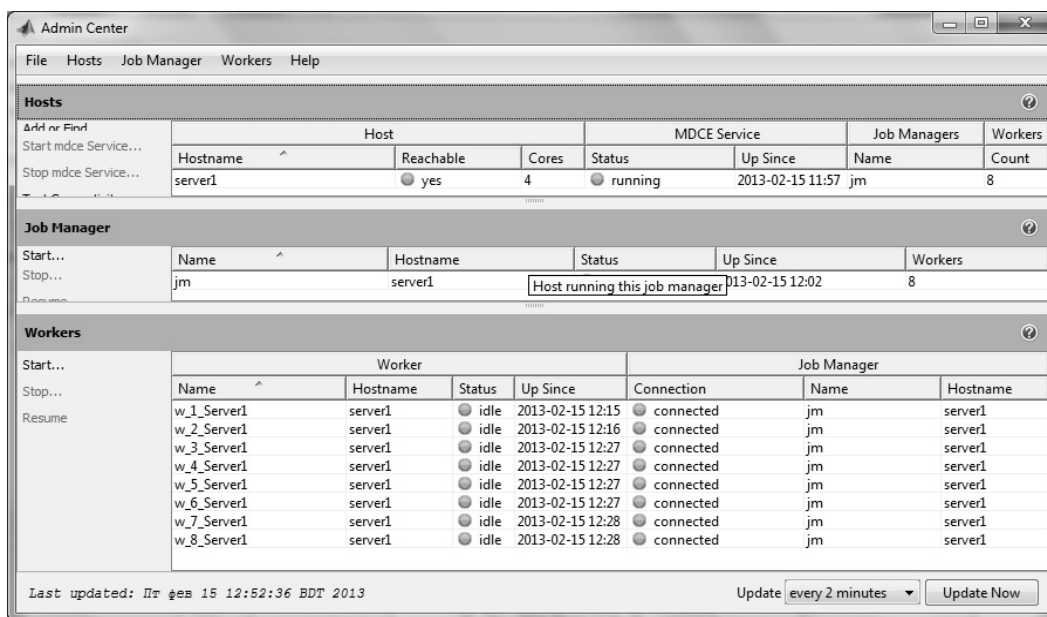


5-сурет. WorkerStatusDetailsfor “w\_2\_Server2” терезесі

Properties-тен басқа пайдаланылатын контекстік мәзірде тармақтар қатысады:

- Stop...
- Resume
- Destroy...
- Restart...

Мысалы, local1 конфигурациясының саны 8 workwers-ке тең болғанда Admin Center келесі түрде болады (6-сур.):



6-сурет. 8-ге тең workwer-лер санымен және таңдалған конфигурациясымен Admin Center терезесі кескінделген

### Әдебиеттер тізімі

- 1 Специальные группы Windows и их перевод на русский язык. [ЭР]. Режим доступа: [http://kaktusenok.blogspot.com/2012/08/windows\\_16.html](http://kaktusenok.blogspot.com/2012/08/windows_16.html)
- 2 Кульгавая Е.А. Параллельные вычисления в MATLAB. — Минск: Белорус. гос. ун-т, 2010.

3 Гегель В.П., Стронгин Р.Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем. Нижний Новгород, 2003.

4 Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. — М.: ВЦ РАН, 2007. — 120 с.

М.Серик, А.Е.Байгараева

### Настройка кластера параллельных вычислений

Кластер представляет собой множество компьютеров (узлов), соединенных между собой высокоскоростными каналами связи, а специальное программное обеспечение позволяет организовать параллельную работу узлов. Современные мощные кластеры уже содержат несколько сотен тысяч процессорных элементов. Однако эффективность применения кластерных систем в настоящее время наталкивается на целый ряд нерешённых проблем, касающихся как их программного обеспечения (языков, технологий и инструментальных сред параллельного программирования), так и собственно организации параллельных вычислений и эффективности их выполнения. Поэтому проблема комплексного анализа эффективности организации параллельных вычислений на кластерах, определения их предельных возможностей и их узких мест на реальных сложных задачах является актуальной.

M.Serik, A.E.Baygaraeva

### Configuring a cluster of parallel computing

A cluster is a set of computers (nodes) connected by a high-speed links, and special software allows you to organize parallel operation nodes. Modern powerful clusters already contain hundreds of thousands of processing elements. However, the effectiveness of cluster systems currently encountering a number of unresolved issues related to their software (languages, technologies and tools for parallel programming environments), and the actual organization of parallel computation and the effectiveness of their implementation. Therefore, the problem of complex analysis of the effectiveness of parallel computing on clusters, defining their limits and possibilities of bottlenecks on the real challenge is urgent.

#### References

1 *Special Windows group and their translation into Russian*, [ER]. Access mode: [http://kaktusenok.blogspot.com/2012/08/windows\\_16.html](http://kaktusenok.blogspot.com/2012/08/windows_16.html)

2 Kulgavaya E.A. *Parallel computing in MATLAB*, Minsk: Belarusian State University, 2010.

3 Gergel V.P., Strongin R.G. *Introduction to Parallel Programming for multiprocessor computing systems*, Nizhny Novgorod, 2003.

4 Olenev N.N., Petchenkin R.V., Chernetcov A.M., *Parallel programming in MATLAB and its applications*, Moscow: CCAS, 2007, 120 p.

М.А.Султанов

Международный казахско-турецкий университет им. Х.А.Ясави, Туркестан  
(E-mail: smurat-59@mail.ru)

## Об устойчивости двухслойных разностных схем для некорректной задачи Коши

В статье получены условия устойчивости двухслойных разностных схем для некорректной задачи Коши на основе применения разностного варианта метода весовых оценок карлемановского типа. При доказательстве устойчивости разностных схем использовано определение финитной устойчивости, при которой условие устойчивости будет сильнее, чем известное условие в классическом определении устойчивости.

*Ключевые слова:* пространство, оператор, весовая функция, разностная схема, устойчивость, оценка.

Исследование устойчивости разностных схем для некорректных задач Коши с постоянными коэффициентами впервые рассмотрено Л.А.Чудовым [1] методом преобразования Фурье. Для уравнений с переменными коэффициентами задача построения теории устойчивости была решена А.Л.Бухгеймом [2] на основе введенного им понятия устойчивости разностной схемы на функциях с финитным носителем и развития разностного варианта априорных весовых оценок карлемановского типа.

В настоящей работе на основе работ [2, 3] получены условия устойчивости двухслойных разностных схем для абстрактной некорректной задачи Коши.

Пусть  $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  — группа целых чисел,  $u: Z \rightarrow H$  — функция целочисленного аргумента  $j \in Z$ , принимающая значения в комплексном гильбертовом пространстве  $H$  с нормой  $\|u\|$  и скалярным произведением  $\langle u, v \rangle$ ;  $\tau$  — произвольное положительное число. Будем использовать обычные для разностных схем обозначения [4]:

$$u_t = (u_{j+1} - u_j) / \tau, \quad u_{\bar{t}} = (u_j - u_{j-1}) / \tau.$$

Определим также операторы сдвига влево и вправо формулами

$$\check{(u)}_j = u_{j-1}; \quad \hat{(u)}_j = u_{j+1}.$$

Рассмотрим абстрактную двухслойную разностную схему с весами

$$(Pu)_j \equiv (u_{j+1} - u_j) / \tau - A(\sigma u_{j+1} + (1 - \sigma)u_j) = f_j; \quad u_0 = g; \quad j = 0, 1, \dots, N-1. \quad (1)$$

Здесь  $A$  — линейный ограниченный оператор, действующий в пространстве  $H$  и, возможно, зависящий от  $j$ ;  $\sigma$  — вещественный параметр;  $g, f_j$  — заданные элементы пространства  $H$ ,  $\tau N = T$ . Используя введенные выше обозначения, запишем разностную схему (1) в компактной форме

$$Pu = u_t - A(\sigma \hat{u} + (1 - \sigma)u) = f. \quad (2)$$

Для определения финитной устойчивости введем соответствующие весовые нормы [3]. Пусть  $Z_0^N = \{0, 1, \dots, N\}$ ,  $\varphi: Z_0^N \rightarrow R$  — вещественная монотонно убывающая весовая функция, т.е.  $-\varphi_t > 0$ .

По функции  $\varphi$  и числу построим функцию  $\Psi: Z_0^{N-1} \rightarrow R$  так, что

$$\Psi_t = s \hat{\Psi} \varphi_t, \quad \Psi_0 = 1. \quad (3)$$

Функция  $\Psi$  есть дискретный аналог весовой функции  $\exp(s\varphi(t))$ . Аналогию с экспоненциальной функцией подчеркивает также следующая лемма [3; 132].

*Лемма 1.* Функция  $\Psi$  удовлетворяет оценкам

$$\exp(-s\tilde{m}j\tau) \leq \Psi_j \leq \exp(-s\mu j\tau / (1 + s\mu\tau)) \leq 1;$$

$$\Psi_{j+1} \leq \Psi_j;$$

$$\exp(-s\tilde{m}(j-k)\tau) \leq \Psi_j / \Psi_k \leq \exp(-s\mu(j-k)\tau / (1+s\mu\tau));$$

где  $\tilde{m} = \max_{j=0, N-1}(-\varphi_j)$ ;  $\mu = \min_{j=0, N-1}(-\varphi_j)$ .

Для функции  $u : Z_0^{N-1} \rightarrow H$  положим

$$\|u\|_s^2 = \tau \sum_{j=0}^{N-1} \Psi_j^2(s) \|u_j\|^2. \tag{4}$$

Норма (4) есть дискретный аналог нормы  $\int_0^T \exp(2s\varphi(t)) \|u(t)\|^2 dt$ . Если обозначить через  $l_2(k, N; H)$  гильбертово пространство сеточных функций  $u : Z_k^N \rightarrow H, Z_k^N = \{k, k+1, \dots, N\}$  с нормой  $\|u\|_{l_2(k, N; H)}^2 = \tau \sum_{j=k}^N \|u_j\|^2$ , то согласно определению (4)  $\|u\|_0 = \|u\|_{l_2(0, N-1; H)}$ .

Обозначим через  $C_0(Z_0^N)$  множество функций  $u : Z_0^N \rightarrow H$  таких, что  $u_0 = u_N$ . Линейное пространство  $C_0(Z_0^N)$  есть дискретный аналог множества  $C_0(0, T)$  непрерывных финитных на интервале  $[0, T]$  функций  $u(t) : u(0) = u(T) = 0$ .

*Определение 1* [3; 133]. Разностная схема  $P$  вида (2) называется финитно-устойчивой, если существуют не зависящие от  $\tau \|A\|$  числа  $s_0, M$  такие, что для всех  $s \geq s_0, u \in C_0(Z_0^N)$  имеет место оценка

$$s \|u\|_s^2 \leq M \|Pu\|_s^2.$$

Для получения оценки устойчивости на всей сетке  $Z_0^N$  нужно учесть вклад внеинтегральных членов, возникающих при использовании формулы суммирования по частям, и, следовательно, нам следует работать не с финитными функциями  $C_0(Z_0^N)$ , а с произвольными  $u : Z_0^N \rightarrow H$ . Введем для краткости следующее обозначение:

$$\|u\|_{s(k, N)}^2 = \tau \sum_{j=k}^N \Psi_j^2(s) \|u_j\|^2, \quad k \geq 0.$$

Рассмотрим разностную схему

$$\begin{aligned} Pu = u_t - (A + iB)u = f, \quad i^2 = -1, \\ u_0 = g, \end{aligned} \tag{5}$$

здесь  $A, B$  — независящие от  $j$  самосопряженные, коммутирующие, положительные операторы, т.е.  $A^* = A, B^* = B, [A, B] = 0, A, B \geq 0$ . Для получения оценки устойчивости будем оценить  $\|Pu\|_s^2$  снизу. Имеем

$$\|Pu\|_s^2 = \tau \sum_{j=0}^{N-1} \|u_t - (A + iB)u\|^2 \Psi_j^2(s).$$

Положим  $\Psi u = v$ . Согласно формуле разностного дифференцирования произведения  $u_t = (\Psi^{-1}v)_t = (\Psi^{-1})_t \cdot \hat{v} + \Psi^{-1} \cdot v_t$ . Из (3) следует, что  $(1/\Psi)_t = (-s\varphi_j) / \Psi_j$ , поэтому  $u_t = (v_t - s\varphi_t \hat{v}) / \Psi$ . Тогда имеем

$$\begin{aligned} \|Pu\|_s^2 &= \tau \sum_{j=0}^{N-1} \|v_t - s\varphi_t \hat{v} - (A + iB)v\|^2 = \tau \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \|v_t - iBv\|^2 + \|Av + s\varphi_t \hat{v}\|^2 - 2 \operatorname{Re} \langle v_t - iBv, Av + s\varphi_t \hat{v} \rangle \right\} = \\ &= \tau \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \|v_t - iBv\|^2 + \|Av + s\varphi_t \hat{v}\|^2 - 2 \operatorname{Re} \langle v_t, Av \rangle - 2 \operatorname{Re} \langle v_t, s\varphi_t \hat{v} \rangle + 2 \operatorname{Re} \langle iBv, Av \rangle + 2 \operatorname{Re} \langle iBv, s\varphi_t \hat{v} \rangle \right\} \equiv \sum_{k=1}^6 I_k. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь через  $I_k$  обозначена сумма  $\tau \sum_{j=0}^{N-1}$ , соответствующая  $k$ -му слагаемому в фигурных скобках выражения (6). Для числовых функций дискретного аргумента введем следующие обозначения:

$$[x, y] \equiv \tau \sum_{j=0}^{N-1} x_j y_j; \quad (x, y) \equiv \tau \sum_{j=1}^{N-1} x_j y_j.$$

В силу этих обозначений из (6) получим

$$I_1 = [1, \|v_t - iBv\|^2] \geq 0, \quad I_2 = \left[1, \left\|Av + s\varphi_t \hat{v}\right\|^2\right] \geq 0, \quad I_3 = -[1, 2\operatorname{Re}\langle v_t, Av \rangle]; \quad (7)$$

$$I_4 = -\left[s\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v} \rangle\right], \quad I_5 = [1, 2\operatorname{Re}\langle iBv, Av \rangle], \quad I_6 = \left[s\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v} \rangle\right].$$

Для функций дискретного аргумента  $v, w: Z \rightarrow H$  формула разностного дифференцирования скалярного произведения имеет вид  $\partial\langle v, w \rangle = \langle v_t, \hat{w} \rangle + \langle v, w_t \rangle$ . В частности, при  $w = v$

$$\partial\|v\|^2 = \langle v_t, \hat{v} \rangle + \langle v - \hat{v}, v_t \rangle + \langle \hat{v}, v_t \rangle = -\tau\|v_t\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v} \rangle,$$

отсюда  $2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v} \rangle = \partial\|v\|^2 + \tau\|v_t\|^2$ . Тогда для  $I_4$  имеем

$$I_4 = -\left[s\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v} \rangle\right] = -\left[s\varphi_t, \partial\|v\|^2\right] - s\tau\left[\varphi_t, \|v_t\|^2\right].$$

Согласно формуле суммирования по частям

$$[x, \partial y] = -(\bar{\partial}x, y) + (x_{N-1}y_N - x_0y_0). \quad (8)$$

Следовательно,

$$I_4 = \left(s\varphi_{\bar{t}}, \|v\|^2\right) - \left[s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2\right] - s\left(\varphi_{tN-1}\|v_N\|^2 - \varphi_{t0}\|v_0\|^2\right).$$

Предположим, что  $\tilde{\mu} \geq -\varphi_t \geq \mu > 0$ . С учетом этого неравенства

$$I_4 \geq \left(s\varphi_{\bar{t}}, \|v\|^2\right) - \left[s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2\right] + s\mu\|v_N\|^2 - s\tilde{\mu}\|v_0\|^2. \quad (9)$$

Преобразуем  $2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v} \rangle$ .  $2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v} \rangle = 2\operatorname{Re}\langle iBv, v + \tau v_t \rangle = 2\operatorname{Re}\langle iBv, v \rangle + \tau \cdot 2\operatorname{Re}\langle iBv, v_t \rangle$ . В силу самосопряженности  $B$  будет  $\operatorname{Re}\langle iBv, v \rangle = 0$  для всех  $v \in H$ , поэтому  $2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v} \rangle = \tau \cdot 2\operatorname{Re}\langle iBv, v_t \rangle$ . Отсюда получим

$$\left|2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v} \rangle\right| = \tau|2\operatorname{Re}\langle iBv, v_t \rangle| \leq \tau\left\{\alpha\|B\|^2\|v\|^2 + \alpha^{-1}\|v_t\|^2\right\}.$$

Здесь мы воспользовались очевидным неравенством  $2ab \leq \alpha a^2 + \alpha^{-1}b^2$ ,  $\alpha > 0$ . Так как

$I_6 = s\left[\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v} \rangle\right]$ , то получим следующее неравенство:

$$|I_6| \leq \tau s\left[|\varphi_t|, \alpha\|B\|^2\|v\|^2\right] + \tau s\left[|\varphi_t|, \alpha^{-1}\|v_t\|^2\right].$$

Отсюда, записывая  $|\varphi_t|$  в виде  $|\varphi_t| = -\varphi_t$  ( $-\varphi_t > 0$ ), имеем

$$I_6 \geq \tau s\left\{\left[1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right] + \left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right]\right\} = \tau^2 s\varphi_{t0}\alpha\|B\|^2\|v_0\|^2 + \tau s\left(1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \tau s\left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right] \geq -\tau^2 s\tilde{\mu}\alpha\|B\|^2\|v_0\|^2 + \tau s\left\{\left(1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right]\right\}. \quad (10)$$

Так как  $2\operatorname{Re}\langle v_t, Av \rangle = \partial\langle v, Av \rangle - \tau\langle v_t, Av_t \rangle$ , используя формулу (8), получаем

$$I_3 = -[1, \partial\langle v, Av \rangle] + [1, \langle v_t, \tau Av_t \rangle] = [1, \langle v_t, \tau Av_t \rangle] - \langle v_N, Av_N \rangle + \langle v_0, Av \rangle \geq -\langle v_N, Av_N \rangle. \quad (11)$$

Здесь мы учли то, что  $A^* = A$ ,  $A \geq 0$ . Так как  $2\operatorname{Re}\langle iBv, Av \rangle = \langle iBv, Av \rangle + \langle Av, iBv \rangle = \langle iABv, v \rangle - \langle iBAv, v \rangle = \langle i[A, B]v, v \rangle = 0$  в силу коммутуруемости операторов  $A, B$ , то

$$I_5 = [1, 2\operatorname{Re}\langle iBv, Av \rangle] = 0. \quad (12)$$

Из полученных оценок вытекает

*Лемма 1.* Пусть  $Pu = u_t - (A + iB)u$ , где  $A^* = A \geq 0$ ,  $B^* = B \geq 0$ ,  $[A, B] = 0$ . Тогда, в силу (7), (9)–(12) для всех  $u: Z_0^N \rightarrow H$  имеет представление

$$\|Pu\|_s^2 = \sum_{k=1}^6 I_k;$$



$$I_1 = \left[ 1, \|v_t - iBv\|^2 \right] \geq 0, \quad I_2 = \left[ 1, \left\| Av + s\varphi_t \hat{v} \right\|^2 \right] \geq 0, \quad I_3 \geq -\langle v_N, Av_N \rangle, \quad I_5 = 0;$$

$$I_4 \geq \left( s\varphi_{\bar{t}}, \|v\|^2 \right) - \left[ s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2 \right] + s\mu \|v_N\|^2 - s\tilde{\mu} \|v_0\|^2;$$

$$I_6 \geq \tau s \left\{ \left( 1, \varphi_t \alpha \|B\|^2 \|v\|^2 \right) + \left[ 1, \varphi_t \alpha^{-1} \|v_t\|^2 \right] \right\} - \tau^2 s \tilde{\mu} \alpha \|B\|^2 \|v_0\|^2.$$

Из этой леммы вытекает следующая

*Теорема 1.* Пусть в условиях леммы 1 для всех  $s \geq s_0$  и некоторого  $\delta > 0$  выполнены условия

$$M_1 \equiv \left\{ s\varphi_{\bar{t}} + \tau s\varphi_t \alpha \|B\|^2 \right\} E \geq s\delta E; \tag{13}$$

$$M_0 \equiv -s\tau\varphi_t(1 - \alpha^{-1})E \geq 0, \quad \alpha > 0. \tag{14}$$

Тогда для всех  $u: Z_0^N \rightarrow H, s \geq s_0$  для разностной схемы (5) имеет место оценка устойчивости

$$s \|u\|_{s(1,N)}^2 \leq \mu_2^{-1} \left\{ \|Pu\|_s^2 + s\mu_0 \|u_0\|^2 + \Psi_N^2 \langle u_N, Au_N \rangle \right\}. \tag{15}$$

Здесь  $\mu_0, \mu_2$  — некоторые положительные константы.

*Доказательство.* Отбрасывая величины  $I_1, I_2 \geq 0$  и собирая отдельно члены, содержащие  $v$  и  $v_t$ , из леммы 1 находим

$$\|Pu\|_s^2 \geq (1, \langle M_1 v, v \rangle) + [1, \langle M_0 v_t, v_t \rangle] - s\tilde{\mu}(1 + \tau^2 \alpha \|B\|^2) \|v_0\|^2 - \langle v_N, Av_N \rangle + s\mu \|v_N\|^2.$$

Отсюда, с учетом условий (13), (14) и учитывая, что  $v = \Psi u, \Psi_0 = 1$ , получаем

$$\delta \cdot s \|u\|_{s(1,N-1)}^2 + s\mu \Psi_N^2 \|u_N\|^2 \leq \|Pu\|_s^2 + s\tilde{\mu}(1 + \tau^2 \alpha \|B\|^2) \|u_0\|^2 + \Psi_N^2 \langle u_N, Au_N \rangle. \tag{16}$$

При  $0 < \tau \leq \tau_0$  и  $\mu_2 = \min(\delta, \mu / \tau_0)$  справедлива оценка

$$s \cdot \delta \|u\|_{s(1,N-1)}^2 + s\mu \Psi_N^2 \|u_N\|^2 \geq s\mu_2 \|u\|_{s(1,N)}^2.$$

Учитывая эту оценку и полагая, что  $\mu_0 = \tilde{\mu}(1 + \tau_0^2 \alpha \|B\|^2)$ , после деления на  $\mu_2$  неравенство (15), получаем оценку (15). Теорема доказана.

*Теорема 2.* Пусть  $\varphi_{\bar{t}} \geq 1, -\varphi_t \geq 1$  и выполнено условие

$$\tau \|B\|^2 \leq c, \quad c > 0. \tag{17}$$

Тогда существует число  $c_1 = c_1(\alpha, c)$  такое, что при

$$\varphi_{\bar{t}} + c_1 \varphi_t \geq 1 \tag{18}$$

для разностной схемы (5) имеет место оценка (14).

*Доказательство.* Выбрав достаточно большими числа  $s$  и  $\alpha$ , получаем неотрицательность оператора  $M_0$ . Аналогично из условий (17), (18) имеем

$$\langle M_1 v, v \rangle = s\varphi_{\bar{t}} \|v\|^2 + \tau s\varphi_t \alpha \|B\|^2 \|v\|^2 \geq s\varphi_{\bar{t}} \|v\|^2 + s\varphi_t \alpha c \|v\|^2 = s(\varphi_{\bar{t}} + c_1 \varphi_t) \|v\|^2 \geq s\varepsilon \|v\|^2.$$

при достаточно большом  $c_1 (c_1 = \alpha c)$  и малом  $\varepsilon$ . Ссылка на теорему 1 завершает доказательство теоремы 2.

Рассмотрим теперь разностную схему

$$Pu = u_t + (A + iB)u = f, \quad i^2 = -1; \tag{19}$$

$$u_0 = g.$$

Как и выше, несложно доказать следующую лемму.

*Лемма 2.* Пусть  $Pu = u_t + (A + iB)u$ , где  $A^* = A \geq 0, B^* = B \geq 0, [A, B] = 0$ . Тогда для всех  $u: Z_0^N \rightarrow H$  имеет представление

$$\|Pu\|_s^2 = \sum_{k=1}^6 \tilde{I}_k;$$

$$\tilde{I}_1 = \left[ 1, \|v_t + iBv\|^2 \right] \geq 0, \quad \tilde{I}_2 = \left[ 1, \left\| Av - s\varphi_t \hat{v} \right\|^2 \right] \geq 0, \quad \tilde{I}_3 \geq -[1, \langle v_t, \tau Av_t \rangle] - \langle v_0, Av_0 \rangle, \quad \tilde{I}_5 = 0;$$

$$\begin{aligned} \tilde{I}_4 &\geq \left( s\varphi_{\bar{t}}, \|v\|^2 \right) - \left[ s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2 \right] - s\tilde{\mu}\|v_0\|^2 + s\mu\|v_N\|^2; \\ \tilde{I}_6 &\geq \tau s \left\{ \left( 1, \varphi_t \alpha \|B\|^2 \|v\|^2 \right) + \left[ 1, \varphi_t \alpha^{-1} \|v_t\|^2 \right] \right\} - \tau^2 s \tilde{\mu} \alpha \|B\|^2 \|v_0\|^2. \end{aligned}$$

Из этой леммы вытекают следующие теоремы.

*Теорема 3.* Пусть в условиях леммы 2 для всех  $s \geq s_0$  и некоторого  $\delta > 0$  выполнены условия

$$\begin{aligned} \tilde{M}_1 &\equiv \left\{ s\varphi_{\bar{t}} + \tau s\varphi_t \alpha \|B\|^2 \right\} E \geq s\delta E; \\ \tilde{M}_0 &\equiv -s\tau\varphi_t(1 - \alpha^{-1})E - \tau A \geq 0, \quad \alpha > 0. \end{aligned}$$

Тогда для всех  $u: Z_0^N \rightarrow H$ ,  $s \geq s_0$  для разностной схемы (18) имеет место оценка устойчивости

$$s \|u\|_{s(1,N)}^2 \leq \mu_2^{-1} \left\{ \|Pu\|_s^2 + s\mu_0 \|u_0\|^2 + \langle u_0, Au_0 \rangle \right\}. \quad (20)$$

*Теорема 4.* Пусть для некоторых  $m, c > 0$  выполнено условие

$$\tau A \leq mE, \quad \tau \|B\|^2 \leq c.$$

Тогда существует число  $c_1 = c_1(\alpha, m, c)$  такое, что при условии  $\varphi_{\bar{t}} + c_1\varphi_t \geq 1$  для разностной схемы (19) имеет место оценка устойчивости (20).

Теоремы 3, 4 доказываются совершенно аналогично теоремам 1,2.

#### Список литературы

- 1 Чудов Л.А. Разностные схемы и некорректные задачи для уравнений с частными производными // Вычислительные методы и программирование. — Т. 8. — М., 1967. — С. 34–62.
- 2 Бухгейм А.Л. Разностные методы решения некорректных задач. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1986. — 148 с.
- 3 Бухгейм А.Л. Введение в теорию обратных задач. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1988. — 130 с.
- 4 Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983. — 616 с.

М.А.Султанов

### Қысынсыз Коши есебі үшін қосқабатты айырымдық схемалардың орнықтылығы

Мақалада қысынсыз Коши есебі үшін қосқабатты айырымдық схемалардың орнықтылық шарттары карлеман типті зілдемелі бағалаулар әдісінің айырымдық нұсқасын қолдану негізінде алынған. Айырымдық схемалардың орнықтылығын зерттеуде финиттік орнықтылық анықтамасы пайдаланылды, онда орнықтылық шарты орнықтылықтың классикалық анықтамасындағы белгілі шарттан күштірек болады.

M.A.Sultanov

### On the stability of two-layer difference schemes for ill-posed the Cauchy problem

In the paper received conditions for the stability of two-layer difference schemes for ill-posed the Cauchy problem by applying difference variant of the method of weighted estimates of Carleman type. In the proof of the stability of difference schemes used definition finite stability, in which the stability condition is stronger than the well-known condition in the classical definition of stability.

#### References

- 1 Chudov L.A. *Computational methods and programming*, Moscow, 1967, 8, p. 34–62.
- 2 Bukhgeim A.L. *Difference methods for solving ill-posed problems*, Novosibirsk: Computing Center of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences, 1986, 148 p.

- 3 Bukhgeim A.L. *Introduction to Inverse Problems*, Novosibirsk: Nauka, Sib. Branch, 1988, 130 p.
- 4 Samarskiy A.A. *The theory of difference schemes*, Moscow: Nauka, 1983, 616 p.

ӘОЖ 004.588

М.А.Сұлтанов, Э.С.Сағынбекова, А.М.Марасулов

*Қ.А.Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан (E-mail: smurat-59@mail.ru)*

## **Алгоритмдеу процесін оқытуды қолдаушы электрондық орталарды құру технологиялары**

Мақалада бағдарламалау курсы бойынша алгоритмдеу процесін оқытуды қолдаушы электрондық орталарды құру мәселелері қарастырылған. Алгоритмдеу процесін басқаруға көп кезеңді модель және оқыту алгоритмдері негізінде автоматтандырылған оқыту жүйесінің құрылымдық схемасы ұсынылған.

*Кілт сөздер:* алгоритм, модель, декларатив білім, процедуралық білім, оқыту процесі, оқытуды қолдаушы орта.

Адам іс-әрекетінің барлық салаларында ақпараттық технологиялардың кең қолданылуы және атқарылатын жұмыстардың интеллектуал сипат алу үрдісі жоғары білікті кәсіби мамандарға деген сұраныстың артуына алып келді. Сондықтан жаңа ақпараттық технологияларды білім беру процесіне интеграциялау жалпы оқытудан жекелеп оқыту, адаптивтік оқыту әдістерінің дамуы және қашықтықтан білім алу үшін маңызы үлкен.

Білім беру бағытындағы қазіргі заманғы автоматтандырылған жүйелерді енгізу мақсаттарының бірі — қолжетімділік пен білім алушыларды кәсіби дайындаудың сапасы. Бірақ көптеген зерттеулер нәтижелері мен нақты көрсеткіштер бұл бағытта қол жеткізген жетістіктердің шамалы екендігін көрсетеді. Осы айтылғандар негізінен жаратылыстану және инженерлік бағытындағы білім беруге қатысты болып, мұнда оқыту процесінде есептерді шешу бойынша практикалық дәрістер мен лабораториялық жұмыстарды орындаудың маңызы аса зор. Жаратылыстану және инженерлік бағытындағы білім беруді ақпараттандыру мәселелерін шешудің негізгі бағыттарының бірі білім беруші үйретуші бағдарламаларды құру болып, олар кең ауқымдағы оқу жаттығу есептерін қамтумен қатар, бірінші кезекте кәсіби дағдыларды меңгеруге мүмкіндік беретін практикum есептерін автоматтандыруға бағытталған болуы қажет [1–3]. Білім беруші үйретуші бағдарламалардың дидактикалық тиімділігін арттыру үшін сараптамалық жүйелер технологиясы жиі қолданылуда.

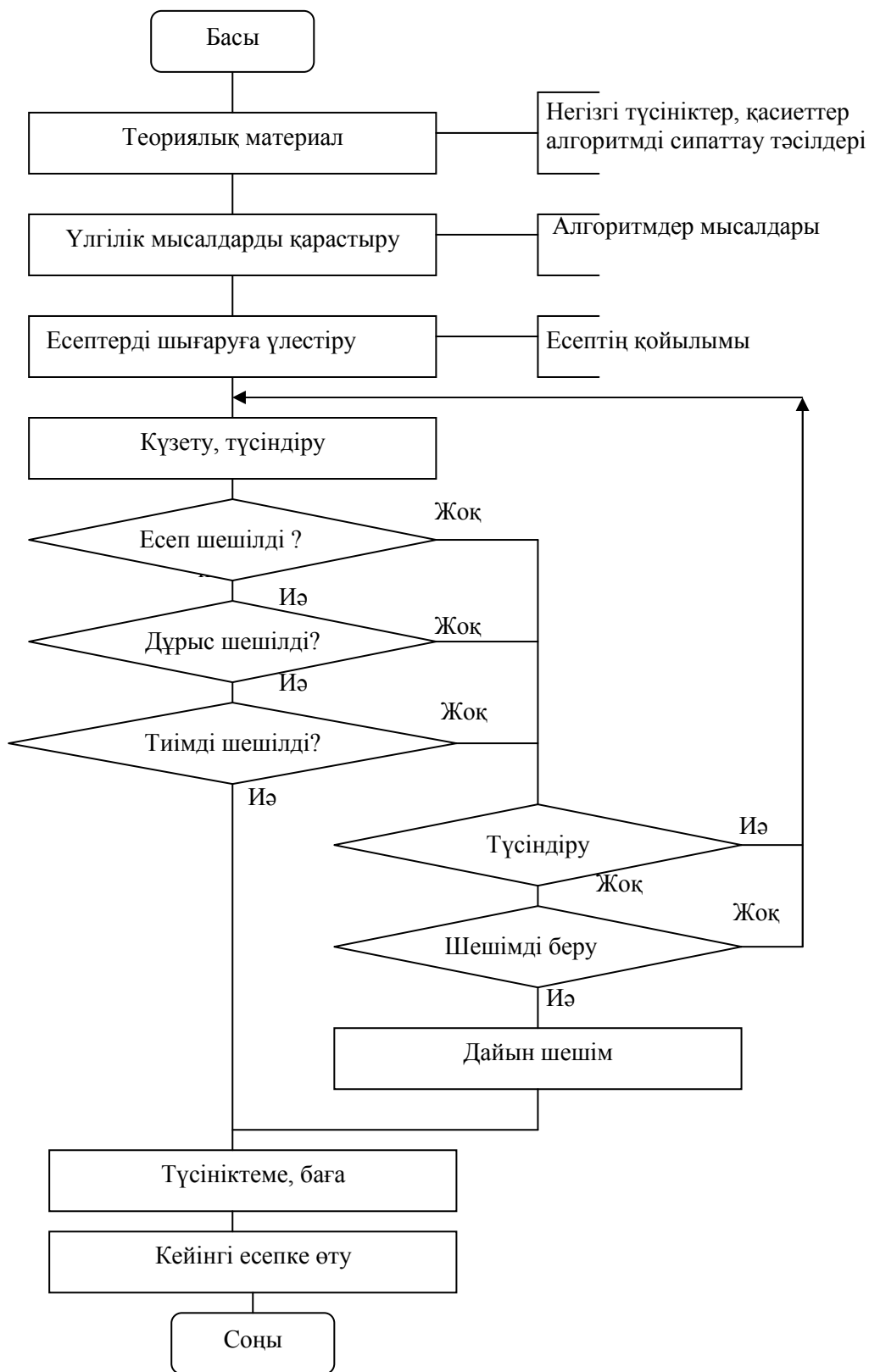
Бүгінгі күнде Learning Space, WebCT, BlackBoard, MOODLE және т.б. қуатты ақпараттық-білім орталары құрылған. Олар пәндердің әдістемелік кешенін қолдауды қамтамасыз ететін болып, білімдердің декларатив білімдер деп аталатын бөлігін құрайды және мәтінге, суретке, бейнероликтерге және т.б. түрлендірілуі мүмкін, бірақ білімдердің процедуралық бөлігін құрайтын — дағдылар мен біліктердің қалыптасуын қамтамасыз ете алмайды. Білімдердің процедуралық бөлігін оқытып-үйрететін өзінің бағдарламалары да бар, бірақ олар белгілі бір тұтас сипатқа ие емес және бірыңғай оқу-әдістемелік кешенге біріктірілмеген. Көпшілік жағдайда бұл бағдарламалар дербес мәселелерді шешеді және олар білімдерді бейнелеу, дағдылар мен біліктіліктерді қалыптастыру, сондай-ақ алынған декларативтік және процедуралық білімдерді тексеруді өз ішіне алатын білім берудің толық траекториясын қолдауды қамтамасыз ете алмайды.

Есептерді шешпестен меңгеруге болмайтын пәндердің бірі — бұл бағдарламалау. Бағдарламалауға оқытып-үйретудің түрлі әдістемелері бар. Дербес компьютерлердің пайда болуымен бағдарламалауға оқытуда басымдық кодтауға берілгеніне қарамастан, ХХ ғасырдың 60–80-жылдары арасында бағдарламалау курсының негізі алгоритмдеу болды. Алайда осыған қарамастан, бағдарламашының болашақ кәсіби біліктілігін дәл осы «Алгоритмдеу» бөлімі анықтайды. Бұл бөлім бастаушы бағдарламашылар үшін де, оқытушылар үшін де қиындық деңгейі жоғары болып саналады.

Білім алушылар деңгейлерінің түрлі болуы да мәселені қиындата түседі. Бағдарламалауға оқытуда алгоритмдік ойлауға дағдыландыру қажет, ал оны жүзеге асыру әрбір студентке жеке

жандасусыз мүмкін емес. Қашықтықтан білім берудің дамуы да білім деңгейлеріне бейімделген үйретуші жүйелерді құру қажеттілігін арттырды.

Алгоритмдерді синтездеуді оқытуда берілетін мүмкіндіктерді зерттеу үшін бағдарламалау тілдерін оқытуды үйрететін бағдарламаларға талдау жүргізілді.



1-сурет. Дәстүрлі оқыту процесінің алгоритмі

Қазіргі уақытта алгоритмдеуге оқытуды үйрету элементтерін өз ішіне алған бағдарламалар ішінен бағдарламалау бойынша олимпиадалық сайттарды келтіруге болады. Мұндай бағдарламалар есептерді *online* режимінде қарастырады және тестілейді. Сонымен қатар кейбір университеттердегі алгоритмдерді зерттеуге арналған бағдарламаларды атап айтуға болады. Олар блок-схемаларды интерактивті енгізуге, интерпретациялауға және анимациялауға мүмкіндік беретін жүйе астыларына ие болып, жақсы дидактикалық материал бола алады. Бірақ олар білімдерді бақылау элементтерін қолдамайды, блок-схемаларды талдамайды, есептің шешімі дұрыс құрылып жатқандығын тексермейді, яғни алгоритмдеуді оқытудың толық цикліне бағытталмаған. Сол себепті алгоритмдеуді оқытудың толық циклін орындайтын және желілік қосымша болатын бастаушы бағдарламашылар үшін білім беруші үйретуші бағдарламалар жоқтың қасы.

Екінші жағынан, оқытушы мен білім алушының Интернет арқылы байланысын қамтамасыз ететін қуатты ақпараттық-білім орталары бар болып, олар декларатив білімдерді оқытып-үйретеді және осы білімдерді бақылай алады. Сондықтан ақпараттық-білім орталарының функционалдығын процедуралық білімдерді алу мүмкіндіктерін жарату арқылы кеңейту маңызды мәселе. Осы мәселені зерттеу үшін ақпараттық білім беруші орталарға мынадай критерийлер бойынша талдау жүргізілді:

- функционалды толықтық;
- үйлесімділік;
- стандартты саймандық құралдардың болуы;
- кодтың ашықтығы;
- бағасы;
- қашықтықтан оқытуды қолдаудың халықаралық стандарттарына сәйкестігі.

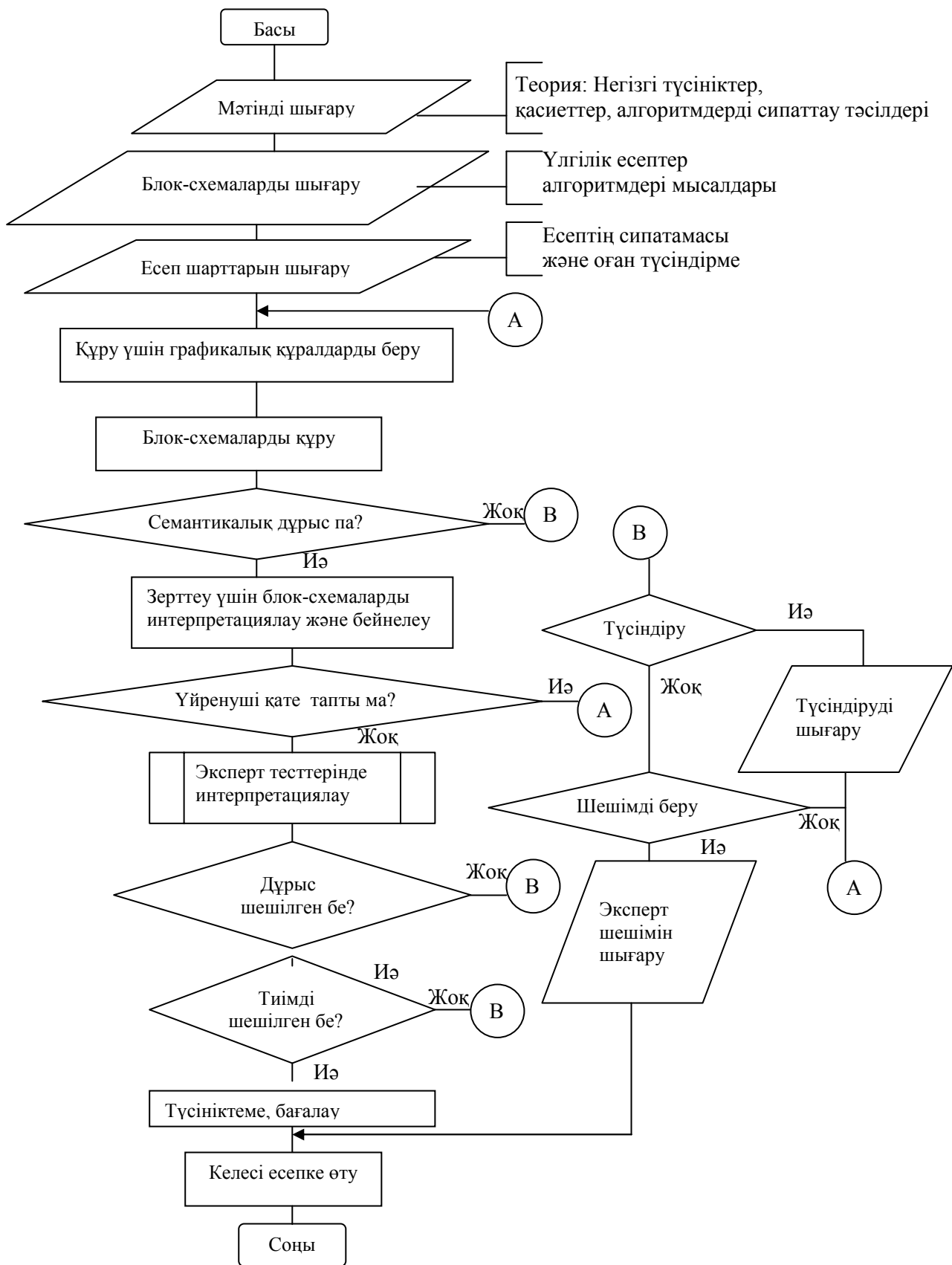
Функционалды толықтыққа зерттеу нәтижесінде Learning Space, WebCT, BlackBoard, MOODLE ақпараттық-білім орталарының мүмкіндіктері шамалас екендігі анықталды. Алайда Learning Space ортасы орнату, істету және өзіндік бағдарламалық толықтырулар үшін күрделі, ал WebCT, BlackBoard орталары өте қымбат екендігі белгілі болды.

MOODLE (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment, Модульдік объектілі-бағдарлы динамикалық оқыту ортасы) ортасы толыққанды білім беру серверін ұйымдастыру үшін коммерциялық бағдарламалық қамтамасыздандыруды қажет етпейді. Сондай-ақ бұл жүйенің кодының ашықтығы мен оның алдыннан даму, толықтыру мен өзгертулерге бейімдігі оқытушы немесе білім алушының ойларын көп қиындықсыз жүзеге асыруға мүмкіндік береді. Сол себепті, ақпараттық-білім орталарының функционалдығын кеңейту мен білім алушыларға эвристикалық деңгейде іс-әрекет етуге мүмкіндік беретін оқытудың автоматтандырылған жүйесін құруда MOODLE ортасы таңдап алынды.

Әдетте оқыту төмендегідей алгоритм бойынша жүргізіледі (1-сур.). Оқытушы теориялық материалды (негізгі түсініктер, қасиеттер, сипаттау тәсілдері), үлгілік есептерді шешудің технологиясы мен мысалдарын береді, соңынан студенттерге есептерді өз бетінше шешу ұсынылады. Егер есеп шешілмесе, онда оқытушы есепті шешу процесін түсіндіреді, ал егер осыдан кейін де студент есепті шеше алмаса, оқытушы дайын шешімді көрсетеді. Оқытушы әрбір студентке жеке тапсырма берген жағдайда, ол өз ойында ондаған алгоритмдер логикасын түсінуі, қателіктерді табуы мен түсіндіруі немесе дайын алгоритмді ұсынуы қажет, яғни процесс қиын да ауыр болады. Сондай-ақ студенттердің бір бөлігіне бастапқы білім деңгейі немесе психологиялық ерекшеліктеріне қарай қосымша көңіл аударуға тура келеді. Сондықтан дәстүрлі оқытудың негізгі кемшілігі оқыту процесінде жекеленген студентке көңіл бөлудің аздығы мен бейімдік болып табылады.

Оқыту процестерін автоматтандыруға жандасулар білімдерді бейнелеу процестерін зерттеу мен оларды игеруді бақылауға негізделген. Есептерді шешуді оқыту процесі автоматтандырылып жатқандықтан, дәстүрлі тестілеу көмегімен білімдердің игерілуін бақылау мүмкін болмайды. Мұнда ең қиыны алгоритмнің дұрыстығын тексеру процесі болады. Ал осы тексеруді қалай жүзеге асыру керек? Бір есепті шешудің бірнеше дұрыс алгоритмін құру мүмкіндігі болғандықтан, оларға ұқсастыққа тексеру соңғы қорытынды шығаруға жол бермейді.

Құрылған алгоритмнің дұрыстығын тексеру екі кезеңде өтеді: бірінші кезеңде алгоритмге семантикалық талдау жүргізіледі, ал екінші кезеңде бірінші эксперт құрған, ал екіншісін үйренуші құрған екі блок-схемалардың (2-сур.) нәтижелері тексеріледі.



2-сурет. Автоматтандырылған оқыту процесінің алгоритмі

Оқытушы ұсақ жұмыстан босатылады, ал студент өзінің жетістіктері жайлы ақпаратты ала отырып, есепті өзі шешуге мүмкіндік алады.

Бірақ алгоритмге оқыту толықтай автоматтандырылуы мүмкін емес, себебі құрылатын бағдарламалық қамтамасыздандыру өтілген материалдарды меңгеру мен игеруге арналған оқыту-үйрету құралы [4, 5] және оқытушы әлі де оқу процесінің қадамын анықтайтын бас тұлға болып қала береді.

Алгоритмдер синтезін оқыту траекториясын формальдау таным теориясының танымдық іс-әрекет кезеңдері бойынша жүргізілді және төмендегідей көпкезеңді модельмен берілген:

- *А кезең* — демонстрациялық (қабылдау). Бұл кезеңде білім алушы визуализатор көмегімен үлгілік алгоритмдермен танысу және оларды мұқият талдау мүмкіндіктеріне ие болады. Орындаушы алгоритмді қадам ба қадам орындауға жібереді, бастапқы берілгендерді енгізуіне болады, графикалық белсенді блокты ерекшелейді, сондай-ақ айнаымалылар мәндерін бақылауға мүмкіндік береді;
- *В кезең* — аналог бойынша оқыту (білімдерді қорыту және тіркеу). Мұнда есеп шартын таңдау мүмкіндігі пайда болады, типтік алгоритмдер ішінен ұқсастарын табу, оны өзгерту және визуализатормен тестілеуге болады. Бұл кезеңде оқытып-үйретуші жүйе семантикалық анализаторды іске қосады, ол алгоритм құрылымының құру ережелеріне сәйкестігін тексереді, тек содан кейін ғана эксперттен және білім алушыдан алынған алгоритмдер жұмысының нәтижелерін салыстырады және оның негізінде хабарлама береді;
- *С кезең* — қорытынды нәтиже бойынша оқыту (жеке тәжірибені тіркеу). Осы кезеңде студент редакторды және визуализаторды пайдалана отырып, тандалған есепті толықтай өзі шешеді, ал оқытып үйретуші орта алгоритмді құрудың және нәтижелердің дұрыстығын тексереді;
- *Д кезең* — тәжірибеде оқыту (ізденіс іс-әрекеті). Соңғы кезеңде білім алушы кез келген есептің алгоритмінің блок-схемасын құрады, оқытып үйретуші орта алгоритмнің блок-схемасы құрылымының граф-схемаларды құрудың ережелеріне сәйкестігін тексереді, ал білім алушы нәтиженің дұрыстығына жауап береді.

Осы траекторияның әрбір кезеңі үшін оқыту процесінің өз алгоритмдері құрылды. Бұл классикалық оқыту траекториясының құрылымы көпкезеңді болғандықтан, оны өзгерту қиынға соқпайды. Егер классикалық траектория бойынша оқытуда қарапайымнан күрделіге қарай жүретін болса, онда кез келген траекторияда студент нені оқып білуі керектігін жақсы біледі деп айтуымызға болады. Бірақ кез келген жағдайда білімдердің игерілуі бақыланады, қажеттілік болса, білім беру траекториясы басқарылатын күйге келтіріледі. Сондай-ақ автоматтандырылған оқыту жүйесін оқытуда тек *С* кезеңді пайдаланатын болсақ, онда ол тренажерға, ал *Д* кезеңде — блок-схемалар редакторына айналады.

Оқыту процесін басқаруға ұсынылған көпкезеңді модель және оқыту алгоритмдері негізінде автоматтандырылған оқыту жүйесінің (АОЖ) құрылымдық схемасы құрылды. Бұл схема эксперттік жүйе негізінде құрылған, ішінде оқыту ядросы болып қарым-қатынас тіліне ие, ол проблемалық облыстың тілімен (блок-схемалар тілі) дәлме-дәл түседі. Білімдер базасы есептердің қойылымын, блок-схема түріндегі олардың шешімдерін, тексеру үшін тесттерді, түсініктемелерді сақтайды. Сондай-ақ дәстүрлі оқытудан айырмашылығы ретінде көрнекілік үшін білім алушыға өз бетінше алгоритмнің блок-схемасын трассировка және визуализация арқылы зерттеу жүргізуге мүмкіндік беріледі.

Автоматтандырылған оқыту жүйесін құруда білімдер базасын, блок-схемалар редакторын, блок-схеманы аралық бейнелеуге түрлендіру, семантикалық және синтаксистік талдаушылар, интерпретатор, блок-схемалар визуализаторын құру мәселелері қарастырылды. АОЖ модельдеу MS Visual Studio 2008 ортасында орындалды.

АОЖ оқу процесінде пайдалануда студенттердің дайындық деңгейі көтеріледі, оқуға деген ынтасы артады, студенттерде практикалық дағдылардың қалыптасуына ықпал етеді, оқытушының есептердің дұрыс шешілгендігін тексеруге, тест есептерін таңдауға кететін уақыты үнемделеді. Оны «Информатика», «Программалау тілдері», «Алгоритмдер теориясы» және басқа да курстарды оқытуда пайдалануға болады.

### Әдебиеттер тізімі

- 1 *Норенков И.П., Зимин А.М.* Информационные технологии в образовании. — М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004.
- 2 *Соловьев А.В.* Проектирование компьютерных систем учебного назначения: Учеб. пособие. — Самара: Самарс. гос. авиац. ун-т, 1995.
- 3 *Норенков И.П.* Управление знаниями в информационно-образовательной среде / И.П. Норенков // Ашық білім жүйелері. [ЭР]. Қолжетімділік тәртібі: <http://www.engineer.bmstu.ru>.
- 4 *Башмаков И.А., Рабинович П.Д.* О концепции информатизации учебного процесса // Вестн. МЭИ. — 2003. — № 4. — С. 105–110.
- 5 *Агеев В.Н., Узилевский Г.Я.* Человеко-компьютерное взаимодействие: концепции, процессы, модели. — М.: Мир книги, 1995. — 352 с.

М.А.Султанов, Э.С.Сагинбекова, А.М.Марасулов

### **Технологии разработки электронных сред поддержки обучения процесса алгоритмизации**

В статье рассмотрены вопросы разработки электронных сред поддержки обучения процесса алгоритмизации по курсу программирования. Предложены многоэтапная модель управления процессом алгоритмизации и структура автоматизированной обучающей системы (АОС) на основе алгоритмов обучения.

M.A.Sultanov, E.S.Saginbekova, A.M.Marasulov

### **Technologies of development of electronic environments support learning process of algorithmization**

In article questions of the development of electronic environments support learning process of algorithmization at the exchange rate Programming. Proposed a multi-step process control model structure algorithms and computer-aided instruction system (AOS) based on learning algorithms.

### References

- 1 Norenkov I. P., Zimin A.M. *Information Technology in Education*, Moscow: N.E.Bauman Technical University, 2004.
- 2 Soloviev A.V. *Designing computer systems for educational purposes: Textbook*, Samara: Samara State Aviation Technical University, 1995.
- 3 Norenkov I.P. *Knowledge management in information- educational environment* / I.P.Norenkov // Public educational system [ER]. Access mode: <http://www.engineer.bmstu.ru>.
- 4 Bashmakov I.A., Rabinovich P.D. *Bull. of the Moscow Power Engineering Institute*, 2003, 4, p. 105–110.
- 5 Ageev V.N., Uzilevsky G.Y. *Human-computer interaction: concepts, processes, models*, New York: Wiley Books, 1995, 352 p.



S.Tleukenov<sup>1</sup>, E.Arinov<sup>2</sup>, N.A.Ispulov<sup>3</sup>, A.K.Seytkhanova<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*L.N.Gumilyov Eurasian National University, Astana;*

<sup>2</sup>*O.A.Baykonurov Zhezkazgan university;*

<sup>3</sup>*S.Toraygyrov Pavlodar State University (E-mail: nurlybek\_79@mail.ru)*

## **The attenuation coefficient and the velocity of thermal and elastic waves in orthorhombic syngony anisotropic media classes 222 and mm2**

The relevance of research of wave propagation patterns in elastic medium with thermomechanical effect is related to the need to solve theoretical and applied problems of geophysics, seismology, mechanics of composite materials, etc. Bound equations of motion and heat conduction equation differ by complexity and an abundance of physical and mechanical parameters. In connection with this there is a rapidly developing branch of mechanics of deformable solids - thermoelasticity. Within this framework, based on the use of certain physical and mechanical properties of anisotropic medium, we study bound thermal and mechanical fields. In this paper, based on the method of matriciant, we identify the types of dependencies of velocities and attenuation coefficients of bound thermoelastic waves of frequency; high-quality graphics of velocities and damping coefficients of frequency are constructed under changing the parameters of the medium (thermo-mechanical parameters, temperature and thermal conductivity).

*Key words:* Anisotropic medium, thermoelasticity, Fourier heat equation, harmonic waves, dispersion, periodic structure, matriciant.

### *Introduction*

The dynamical theory of thermoelasticity is the study of dynamical interaction between thermal and mechanical fields in solid bodies and is of much importance in various engineering fields such as earthquake engineering, soil dynamics, aeronautics, nuclear reactors, etc. It is well known that the classical theory of thermoelasticity [1, 2] rests upon the hypothesis of the Fourier law of heat conduction, in which the temperature distribution is governed by a parabolic-type partial differential equation. The theory predicts that a thermal signal is felt instantaneously everywhere in a body. This is unrealistic from the physical point of view, especially for short-time responses. To account for the effect of thermal relaxation, generalized thermoelasticity has been formulated on the basis of a modified Fourier law such that the temperature distribution is governed by a hyperbolic-type equation. Accordingly, heat transport in solids is regarded as a wave phenomenon rather than a diffusion phenomenon.

The wave propagation in anisotropic inhomogeneous medium is considered. A new method of matriciant has been developed. The method of matriciant allows to investigate wave processing in anisotropic medium with various physical and mechanical properties [3–5].

The structure of matriciant for the equation motion elastic media equations, equations of thermo-mechanical medium has been established. Wave propagation in infinite and finite periodical inhomogeneous media are studied.

The application of matriciants method for non-destructive testing and wave propagation in thermo elastic media is considered [6].

In the paper [7], waves propagating along an arbitrary direction in a heat conducting orthotropic thermoelastic plate are presented by utilizing the normal mode expansion method in generalized theory of thermoelasticity with one thermal relaxation time. In the paper [8], authors studied the interaction of free harmonic waves with multilayered media in generalized thermoelasticity by utilizing the combination of the linear transformation formation and transfer matrix method approach. Solutions obtained are general and pertain to several special cases. Of these mention: (a) dispersion characteristics for a multilayered.

### *A Matriciant Method*

At the present days solving wide range theoretical and applied problems of continuum dynamics requires more thorough consideration of anisotropy and physical and mechanical properties. The main peculiarity of analyzing wave processes in anisotropic medium is inapplicability of physical interpretations and mathematical methods developed for isotropic medium. It is related to the fact that it is impossible to sepa-

rate wave field to forward and back waves. The other essential difficulty is an existence of a lot of physical parameters.

The method of study is an analytical method based on developing matrix techniques to study dynamics of the elastic layered medium.

The main idea is to deduce initial equations of the continuous medium and equations describing wave propagation in medium, based on the method of separation of variables, (solutions are represented as plane waves) to the equivalent set of ordinary differential equations with variable coefficients and then build the structure of a Matriciant (normalized matrix of fundamental solutions).

The problems of wave propagation in anisotropic medium, propagation of electromagnetic, electro-elastic, piezoelectric waves in anisotropic dielectrics, propagation of waves in anisotropic elastic and thermo-elastic medium, propagation of waves in anisotropic dielectric medium with magneto-electric effects, and orthotropic planes are analyzed by using a matriciant method.

The main advantage of a Matriciant method is equality of describing wave processes under the presence of one or several physical effects: elastic, thermo-elastic, magneto-elastic, piezo-elastic and magneto-electric, piezo-magnetic and magneto-electric effects.

In S.K. Tleukenov's international publications, the structure of the equations of motion matriciants in inhomogeneous medium were defined [6–8]. These publications were the beginning of a completely new level of studying the dynamics of inhomogeneous medium with application of that method and corporate studying of waves different by nature in inhomogeneous and periodically inhomogeneous anisotropic medium.

Consequently, development of the studying techniques and constituting interpretations about wave behavior in anisotropic medium should be considered as one of the high priority problem in theoretical physics and mechanics of deformable solids.

*The matrix formulation of the propagation of thermoelastic waves.*

Propagation of thermoelastic waves in anisotropic media described by the equations of motion to be solved together with the Fourier heat equation and the equation of heat flow, which have the form:

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{U}_i, \quad (1)$$

$$\lambda_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = -q_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = -i\omega \beta_{ij} \varepsilon_{ij} - i\omega \frac{c_\varepsilon}{T_0} \theta, \quad (3)$$

where  $\sigma_{ij}$  — stress tensor,  $\rho$  — density of the medium;  $\lambda_{ij}$  — thermal conductivity tensor;  $q_i$  — the vector of heat;  $\omega$  — the angular frequency;  $\beta_{ij}$  — thermomechanical constants,  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ ;  $\varepsilon_{ij}$  — the strain tensor,  $c_\varepsilon$  — specific heat at constant strain;  $\theta = T - T_0$  — temperature increase compared with the temperature of the natural state  $T_0$ ,  $\left| \frac{\theta}{T_0} \right| \ll 1$  for small deformations.

Physical and mechanical quantities are related by relation of Duhamel-Neumann:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ij} \theta. \quad (4)$$

Here  $c_{ij}$  — the elastic parameters;  $c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}$ ;  $\varepsilon_{kl}$  — the tensor Cauchy for small deformations.

Equations (1)–(4) determine the relationship of mechanical stress and temperature as a function of the independent variables — the thermal field and deformation.

Thus, the relation (1)–(4) constitute a closed system of thermoelasticity equations, which describes the propagation of thermoelastic waves.

Based on the method of separation of variables in the case of a harmonic function of time:

$$\left[ U_i(x, y, z, t); \sigma_{ij}(x, y, z, t); \theta; q_z \right] = \left[ U_i(z), \sigma_{ij}(z), \theta; q_z \right] e^{i(\omega t - mx - ny)}. \quad (5)$$

The system of equations (1)–(4) reduces to a system of differential equations of first order with variable coefficients which describes the propagation of harmonic waves:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W}, \quad (6)$$

here  $B = B[c_{ijkl}(z), \beta_{ij}(z), \omega, m, n]$  — coefficient matrix whose elements contain the parameters of the medium in which waves propagate thermo elastic;  $m, n$ -components of the wave vector  $\tilde{k}$ .

The vector  $\vec{W}$  has the form:

$$\vec{W}(x, y, z, t) = [u_z(z), \sigma_{zz}, u_x(z), \sigma_{xz}, u_y(z), \sigma_{yz}, \theta, q_z]^t \exp(i\omega t - imx - iny). \quad (7)$$

The symbol  $^t$  indicates the transpose of the vector — a vector of strings — Column.

The heterogeneity of the medium is assumed along  $Z$ . In constructing the coefficient matrix  $B$  is used as a representation of the solution (5), the system of equations (1)–(4) are in the derivatives along the coordinate  $Z$  and the excluded components of the stress tensor is not included in the boundary conditions. The multiplier  $\exp(i\omega t - imx - iny)$  is omitted throughout.

### Solution of the problem

In the case of one dimensional thermoelastic wave propagation in orthorhombic syngony anisotropic medium coefficients matrix  $B$  (if medium parameters are constant) has the following form:

$$B_0 = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{17} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & -i\omega b_{17} & b_{87} & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

here, coefficients  $b_{ij}$  are given by:

$$b_{12} = \frac{1}{c_{33}}; \quad b_{17} = \frac{\beta_{33}}{c_{33}}; \quad b_{21} = -\omega^2 \rho; \quad b_{87} = -i\omega \left( \frac{\beta_{33}^2}{c_{33}} + c_\epsilon \right); \quad b_{78} = -\frac{1}{\lambda_{33}}.$$

Considering condition [5]:

$$\det|B - \lambda E| = 0, \quad (9)$$

for this problem we obtain characteristic equation of the following form:

$$\lambda^4 - B\lambda^2 + C = 0, \quad (10)$$

where  $B = b_{12}b_{21} + b_{78}b_{87}$ ,  $C = b_{21}b_{78}(i\omega b_{17}^2 + b_{12}b_{87})$

from (10) we obtain:

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2}(b_{12}b_{21} + b_{78}b_{87}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(b_{12}b_{21} - b_{78}b_{87})^2 - 4i\omega b_{17}^2 b_{21}b_{78}}. \quad (11)$$

If we concede that longitudinal elastic and heat waves propagate unbound that is thermomechanical parameters  $\beta_{ij} = 0$ , then roots of characteristic equation (3) will be equal to:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega \sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}; \quad \lambda_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{i\omega c_\epsilon}{\lambda_{33}}}. \quad (12)$$

The first root of the relation (12) gives velocity of longitudinal wave that propagates with attenuation; second relation determines heat wave.

From the relation (11) we get four roots of characteristic equation (10) having following form:

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{a}{2} \left( 1 + \frac{2b-c}{\sqrt{2}\sqrt{D-x}} \right) + \frac{1}{2}i \left( b - \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{D-x} \right)}; \quad k_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{a}{2} \left( 1 - \frac{2b-c}{\sqrt{2}\sqrt{D-x}} \right) + \frac{1}{2}i \left( b + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{D-x} \right)}. \quad (13)$$

where  $a = b_{12}b_{21}$ ;  $b = b_{78}b_{87}$ ;  $c = 4i\omega b_{17}^2 b_{21}b_{78}$ ;  $D = \sqrt{(a^2 + b^2)^2 + (2ab - c)^2}$ .

These roots have already taken into account an effect that elastic and heat waves are bound that is  $\beta_{ij} \neq 0$ .

Let's rewrite  $k_{1,2}$  in (13) in the following form:

$$k_{1,2} = \pm \sqrt{x_1 + iy_1} = \sqrt[4]{x_1^2 + y_1^2} (Cos\psi + iSin\psi); \quad (14)$$

$$k_{1,2} = \pm\sqrt{x_1 + iy_1} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{y_1}{\sqrt{D_1 + x_1}} + i\sqrt{D_1 + x_1}\right), \quad (15)$$

$$\text{where } D_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}, \quad x_1 = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{2b - \frac{c}{a}}{\sqrt{2}\sqrt{D - x}}\right); \quad y_1 = \frac{1}{2}\left(b - \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{D - x}\right).$$

Roots  $k_{3,4}$  in (13) are equal:

$$k_{3,4} = \pm\sqrt{x_2 + iy_2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{y_2}{\sqrt{D_2 + x_2}} \pm i\sqrt{D_2 + x_2}\right), \quad (16)$$

$$\text{where } x_2 = \frac{a}{2}\left(1 - \frac{2b - \frac{c}{a}}{\sqrt{2}\sqrt{D - x}}\right); \quad y_2 = \frac{1}{2}\left(b + \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{D - x}\right).$$

In an explicit form roots (15) and (16) have following form:

$$k_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{c_e \omega}{2\lambda_{33}}}(1+i)\left[1 + \frac{\lambda_{33}}{2}\left(\frac{i\omega c_e \rho \lambda_{33} T_0^2 + c_{33}^3}{\rho^2 \omega^3 \lambda_{33}^2 T_0^2 + \omega c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right]; \quad (17)$$

$$k_{3,4} = \pm i\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{c_{33}}}\left(1 - \frac{i\omega}{2c_{33}\lambda_{33}}\left(\frac{\rho \omega c_{33}\lambda_{33}^2 T_0^2 - i c_e c_{33}^2 \lambda_{33} T_0}{\rho^2 \omega^3 \lambda_{33}^2 T_0^2 + \omega c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right). \quad (18)$$

Let's consider root  $k_1$  in relations (17).

Real and imaginary parts of this root are equal:

$$\text{Re } k_1 = \sqrt{\frac{c_e \omega}{2\lambda_{33}}}\left[1 + \frac{\lambda_{33}}{2}\left(\frac{c_{33}^3 - \omega c_e \rho \lambda_{33} T_0^2}{\rho^2 \omega^3 \lambda_{33}^2 T_0^2 + \omega c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right]; \quad (19)$$

$$\text{Im } k_1 = i\sqrt{\frac{c_e \omega}{2\lambda_{33}}}\left[1 + \frac{\lambda_{33}}{2}\left(\frac{\omega c_e \rho \lambda_{33} T_0^2 + c_{33}^3}{\rho^2 \omega^3 \lambda_{33}^2 T_0^2 + \omega c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right]. \quad (20)$$

From the imaginary part of the root  $k_1$  we obtain formula for velocity of heat wave:

$$c = \frac{k_1}{\omega} = \sqrt{\frac{2\lambda_{33} T \omega}{c_e}}\left[1 - \frac{\lambda_{33}}{2}\left(\frac{\omega c_e \rho \lambda_{33} T_0^2 + c_{33}^3}{\rho^2 \omega^2 \lambda_{33}^2 T_0^2 + c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right]. \quad (21)$$

Real part of this root allows to get attenuation coefficient of heat wave:

$$k_{sam} = \sqrt{\frac{c_e \omega}{2\lambda_{33}}}\left[1 + \frac{\lambda_{33}}{2}\left(\frac{c_{33}^3 - \omega c_e \rho \lambda_{33} T_0^2}{\rho^2 \omega^2 \lambda_{33}^2 T_0^2 + c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right]. \quad (22)$$

Now, let's consider positive root  $k_3$  in relation (18).

Real and imaginary parts of this root allows to get attenuation coefficient and velocity of elastic wave:

$$k_{sam} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}\left(\frac{\rho \omega^3 c_{33} \lambda_{33} T_0^2}{\rho^2 \omega^2 \lambda_{33}^2 T_0^2 + c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2; \quad (23)$$

$$c = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{c_e c_{33} T_0}{\rho^2 \omega^2 \lambda_{33}^2 T_0^2 + c_e^2 c_{33}^2}\right)\beta_{33}^2\right). \quad (24)$$

As a result of the roots (17), (18) high quality graphics, presented below, of dependencies of velocity and attenuation coefficients of elastic and heat wave from frequency are constructed under, changing the parameters of the medium (thermo-mechanical parameters, temperature).

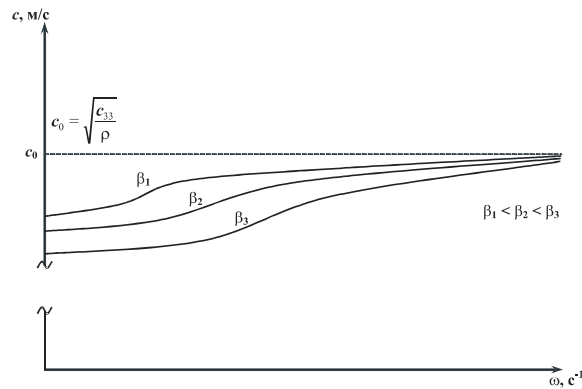


Figure 1. Diagram of velocity  $c$  of elastic longitudinal wave and frequency under different thermomechanical parameters  $\beta_{ij}$

From the given diagram it can be seen that under increase of thermomechanical parameter velocity of longitudinal elastic wave decreases.

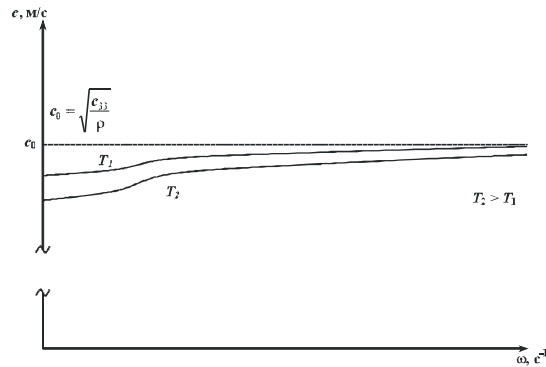


Figure 2. Elastic longitudinal wave velocity  $c$  and frequency diagram under different temperatures

This diagram indicates that an increase of thermodynamic temperature causes a decrease of velocity of elastic longitudinal wave. It's related to lattice site oscillation that affects wave velocity.

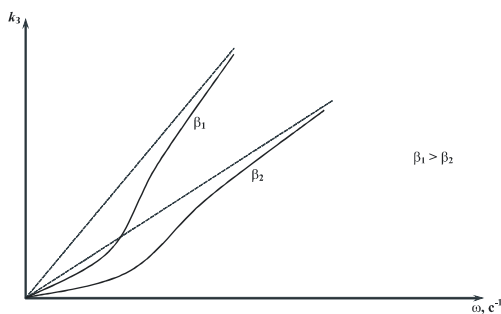
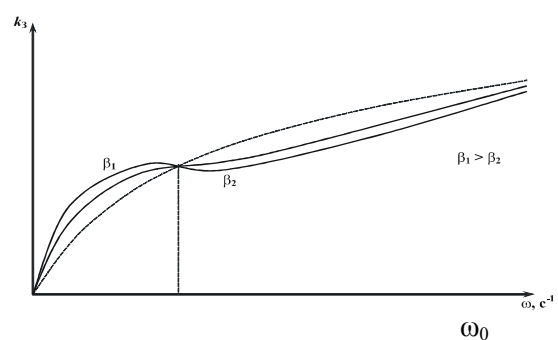


Figure 3. diagram of attenuation coefficient  $k_3$  of elastic longitudinal wave and frequency under different thermomechanical parameters  $\beta_{ij}$



Picture 4. diagram of attenuation coefficient  $k_3$  of heat wave and frequency under different thermomechanical parameters  $\beta_{ij}$

It follows from the last diagram that an increase of thermomechanical parameter causes attenuation of heat wave in anisotropic medium. Under explicit magnitude of frequency  $\omega_0$  which can be derived from equation (22) there is no interaction of heat and elastic waves that is these waves propagate without thermoelastic effect and this frequency will be valid under any thermomechanical parameter  $\beta_{ij}$ .

### Conclusion

In this paper, based on the method of matrixant, we identify the types of dependencies of velocities and attenuation coefficients of bound thermoelastic waves of frequency; high-quality graphics of velocities and damping coefficients of frequency are constructed under changing the parameters of the medium (thermo-mechanical parameters, temperature and thermal conductivity).

### References

- 1 Новацкий В. Динамические проблемы термоупругости. — Нидерланды, 1975. — 550 с.
- 2 Новацкий В. Теория упругости. — М.: Мир, 1986. — 556 с.
- 3 Tleukenov S. Investigation of the thin layer influence of the boundary conditions. Abstracts «Seminar on earthquake processes and their consequences». — Kurukshetra: India, 1989. — P. 4.
- 4 Tleukenov S. The structure of propagator matrix and its application in the case of the periodical inhomogeneous media. Abstr. Semin. on Earthquake processes and their consequences Seismological investigations. — 1989. — Kurukshetra, India. — P. 2–4.
- 5 Тлеуменов С.К. Метод матрицанта. — Павлодар: НИЦ ПГУ им. С.Торайгырова, 2004. — 148 с.
- 6 Неразрушающий контроль: Справочник: В 7 т. / Под общ. ред. В.В. Клюева. — Т. 4: В 3 кн. Кн. 1: Акустическая тензометрия / В.А. Анисимов, Б.И. Каторгин, А.Н. Куценко и др. — М.: Машиностроение, 2004. — 736 с.: ил.
- 7 Verma K.L. Thermoelastic Waves in Anisotropic Plates using Normal Mode Expansion Method with Thermal Relaxation Time // *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering* 2:2. — P. 86–93, 2008.
- 8 Verma K.L. The general problem of thermoelastic wave propagation in multilayered anisotropic media with application to periodic media // *International Journal of Applied Engineering Research*, Dindigul Volume 1. — № 4. — P. 908–922, 2011.
- 9 Гантмахер Ф.П. Теория матриц. — М.: Наука, 1988. — 552 с.
- 10 Marshall Carleton. Pease Methods of Matrix Algebra. М.: Academic Press. — 1965.
- 11 Ашкфорт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. — М.: Мир, 1979.

С.К.Тлеуменов, Е.Аринов, Н.А.Испулов, А.К.Сейтханова

## 222 және $mm2$ класты ромбылық сингониялы анизотропты орталарда жылулық және серпімді толқындардың өшу және жылдамдық коэффициенттері

Термомеханикалық эффектімен болатын серпімді орталарда толқындық процестердің заңдылықтарды зерттеу өзектілігі, геофизика, сейсмология, композиттік материалдардың механикасының теориялық және қолданбалы есептерді шешуінде қажеттілігімен байланысты. Байланысқан қозғалыс теңдеулері мен жылуөткізгіштік теңдеулері физика-механикалық параметрлердің күрделілігі мен көп болуымен ерекшеленеді. Осыған байланысты деформацияланатын қатты дене механикасының «Термосерпімділік» деген тарауы қарқынды дамып келеді. Осы бағыттың аясында анизотропты орталардың кейбір физика-механикалық қасиеттерін қолдана отырып, байланысқан жылулық және механикалық өрістер зерттелді. Мақалада, матрицант әдісінің негізінде, жиілікке тәуелді байланысқан термосерпімді толқындардың жылдамдықтары мен өшу коэффициенттерінің тәуелділіктердің түрлері анықталды; серпімді және жылу толқындардың (термомеханикалық параметрлердің аздығы кезіндегі) жылдамдықтардың және өшу коэффициенттерінің температураның, жылуөткізгіштік коэффициентінің және жиіліктің өзгерісіне тәуелділігінің сапалы графиктері сызылды.

С.К.Тлеуменов, Е.Аринов, Н.А.Испулов, А.К.Сейтханова

## Коэффициенты затухания и скорости тепловых и упругих волн в анизотропной среде ромбической сингонии классов 222 и $mm2$

Актуальность исследования закономерностей волновых процессов в упругих средах с термомеханическим эффектом связана с необходимостью решения теоретических и прикладных задач геофизики, сейсмологии, механики композитных материалов и т.д. Связанные уравнения движения и уравнения теплопроводности отличаются сложностью и обилием физико-механических параметров. В связи с этим интенсивно развивается раздел механики деформируемого твердого тела «Термоупругость». В рамках этого направления, опираясь на использование определенных физико-механических свойств в анизотропных средах, изучаются связанные тепловые и механические поля. В статье, на основе метода матрицанта, определены виды зависимостей скоростей и коэффициентов затухания связанных термоупругих волн от частоты; построены качественные графические зависимости скоростей и коэффициентов затухания упругих и тепловых волн от частоты при изменении параметров среды (термомеханического параметра, температуры и коэффициента теплопроводности).

## References

- 1 Nowackiy W. *Dynamic problems of thermoelasticity*, The Netherlands, 1975, 550 p.
- 2 Nowackiy W. *Thermoelasticity*, Moscow: Mir 1986, 556 p.
- 3 Tleukenov S. *Investigation of the thin layer influence of the boundary conditions*. Abstracts «Seminar on earthquake processes and their consequences», Kurukshehra: India, 1989, p. 4.
- 4 Tleukenov S. *The structure of propagator matrix and its application in the case of the periodical inhomogeneous media*. Abstr. Semin. on Earthquake processes and their consequences Seismological investigations, 1989, Kurukshehra: India, p. 2–4.
- 5 Tleukenov S. *Matrix method*, Pavlodar: S.Toraigyrov SIC PSU, 2004, 148 p.
- 6 *Nondestructive testing: Reference book: 7 chapters*. Edited by V.V. Klueva. Ch. 4: In 3rd book. Book 1: Acoustic strain measuring / V.A. Anisimov, B.I. Katorgyn, A.N. Kutsenko and others, Moscow: Mechanical engineering, 2004, 736 p.: pictures.
- 7 Verma K.L. *International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering* 2:2, p. 86–93, 2008.
- 8 Verma K.L. *International Journal of Applied Engineering Research*, Dindigul vol. 1, 4, p. 908–922, 2011.
- 9 Gantmacher F.R. *Matrix Theory*, Moscow: Nauka, 1988, 552 p.
- 10 Marshall Carleton. *Pease Methods of Matrix Algebra*, Moscow: Academic Press, 1965.
- 11 Ashkroft N., Mermin N. *Solid state physics*, Moscow: Mir, 1979.

УДК 539.3

А.Н.Тюреходжаев<sup>1</sup>, Г.У.Маматова<sup>1</sup>, В.Б.Рыстыгулова<sup>2</sup><sup>1</sup>Казахский национальный технический университет им. К.И.Сатпаева;<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы (E-mail: tyurekhodja@mail.ru)

### Сложный изгиб упругой неоднородной пластины в неравномерном температурном поле

В статье рассмотрена симметричная деформация неравномерно нагретой пластины, когда модуль упругости является переменным не только вдоль радиуса, но также и по толщине пластины. Развитие современной практики требует от исследователей и конструкторов создания новых методов решения большого числа прочностных задач, связанных с переменностью толщины, модуля упругости, коэффициента Пуассона, наличием высокого температурного поля в агрегатах и узлах конструкции. Высока потребность в аналитических и приближенно аналитических методах решения задач о расчетах напряженно-деформированного состояния неоднородных пластин в неравномерном температурном поле. Исследование таких задач исключительно актуально. В данной работе в существенной мере выполняется указанный пробел.

*Ключевые слова:* сложный изгиб, неоднородная пластина, упругость, неравномерное температурное поле, аналитическое решение.

Задача об изгибе упругих неоднородных пластин при переменных параметрах с учетом неравномерного температурного поля является одной из актуальных задач технической теории упругости. Анализ температурных напряжений и деформаций в конструктивных элементах различного типа двигателей и установок, работающих при высоких температурах, имеет исключительно большое значение. Точный расчет тонких пластин в условиях неравномерного нагрева с учетом изменения механических параметров материала весьма сложен, так как связан с решением систем нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Поэтому построение аналитического решения названной задачи является весьма актуальной.

Круглая пластина переменной толщины в качестве конструктивного элемента находит широкое применение, к расчету которой приводят многие вопросы, связанные с проектированием круглых фундаментных плит, турбинных дисков, гибких соединений валов и др.

В последние годы большое значение приобрел анализ температурных напряжений в различных конструкциях ядерных реакторов. Большую роль играет анализ температурных напряжений в тепловыделяющих элементах, что особенно важно для реакторов, работающих в условиях высоких темпе-

ратур, так как размеры тепловыделяющих элементов определяются в значительной степени температурными напряжениями.

Рассмотрим симметричную деформацию неравномерно нагретой пластины, когда модуль упругости является переменным не только вдоль радиуса, но также и по толщине пластины.

К задачам о сложном симметричном изгибе пластины переменной толщины относится, прежде всего, задача о совместном действии поперечной нагрузки и радиальных сил. Совместное симметричное растяжение и симметричный изгиб при учете малой кривизны описываются системой двух дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами [1, 2]:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 N_r(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \left( 3 - \frac{r}{D_N(r)} \cdot \frac{dD_N(r)}{dr} \right) \frac{dN_r(r)}{dr} - \frac{(1-\nu)}{rD_N(r)} \frac{dD_N(r)}{dr} \cdot N_r(r) + \frac{1}{r^2} (1-\nu^2) D_N(r) \upsilon(r) \varphi + \\ & + \frac{1}{r} \frac{dq_r(r)}{dr} + \frac{1}{r} q_r(r) \left( 1 + \nu - \frac{r}{D_N(r)} \cdot \frac{dD_N(r)}{dr} \right) + (1-\nu^2) \frac{1}{r} D_N(r) \frac{d\varepsilon_T(r)}{dr} = 0; \\ & \frac{d^2 \upsilon(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{1}{D_M(r)} \cdot \frac{dD_M(r)}{dr} \right) \frac{d\upsilon(r)}{dr} + \left( \frac{\nu}{rD_M(r)} \cdot \frac{dD_M(r)}{dr} - \frac{1}{r^2} - \frac{N_r(r)}{D_M(r)} \right) \upsilon(r) - \\ & - \frac{N_r(r)}{D_M(r)} \varphi + \frac{1}{rD_M(r)} \int [q_z(r) \cdot r dr - C] - \frac{1+\nu}{D_M(r)} \cdot \frac{d}{dr} [\chi_T(r) \cdot D_M(r)] = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $N_r(r)$  — усилие, статически эквивалентное нормальному напряжению  $\sigma_r$ ;  $q_z(r)$  — составляющая в направлении оси  $z$  внешней силы, приходящая на единицу площади срединной поверхности пластины;  $\upsilon$  — малый угол поворота относительно оси  $r$ ;  $D_N(r)$  и  $D_M(r)$  — цилиндрические жесткости растяжения и изгиба;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\varepsilon_T$  — чисто тепловое удлинение срединной плоскости;  $\chi_T$  — кривизна срединной плоскости, обусловленное тепловым расширением;  $\varphi(r)$  — угол между нормалью к элементу срединной поверхности и осью симметрии  $z$ .

В общем случае симметрично деформированной пластины при неравномерном нагреве имеем

$$\begin{aligned} & r^2 \frac{d^2 N_r(r)}{dr^2} + r \left( 3 - \frac{r}{D_N(r)} \cdot \frac{dD_N(r)}{dr} \right) \frac{dN_r(r)}{dr} + \frac{(1-\nu)r}{D_N(r)} \frac{dD_N(r)}{dr} N_r(r) + (1-\nu^2) D_N(r) \cdot \upsilon(r) \cdot \varphi(r) + \\ & + r \frac{d(q_r(r)r)}{dr} + q_r(r) \cdot r \left( 1 + \nu - \frac{r}{D_N(r)} \cdot \frac{dD_N(r)}{dr} \right) + (1-\nu) D_N(r) r \frac{d}{dr} (N_T/D_N) = 0; \\ & r^2 \frac{d^2 \upsilon(r)}{dr^2} + r \left( 1 + \frac{r}{D_M(r)} \cdot \frac{dD_M(r)}{dr} \right) \frac{d\upsilon(r)}{dr} + \left( \frac{\nu r}{D_M(r)} \frac{dD_M(r)}{dr} - \frac{N_r(r) \cdot r^2}{D_M(r)} - 1 \right) \upsilon(r) - \\ & - \frac{N_r(r)r^2}{D_M(r)} \varphi(r) - \frac{q_r(r)z_0 r^2}{D_M(r)} + \frac{r}{D_M(r)} \left( \int q_z(r) \cdot r dr - C \right) - \frac{r^2}{D_M(r)} \cdot \frac{dM_T}{dr} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $N_T$  и  $M_T$  — чисто тепловое усилие и чисто тепловой изгибающий момент.

Положим, что силовая нагрузка и неравномерный нагрев вызывают значительные радиальные усилия. В этом случае обусловленное начальной кривизной влияние изгиба на растяжения из-за переменного по толщине пластины модуля упругости можно считать [1] несущественным. Пренебрегая в связи с этим в уравнениях (1) членом  $(1-\nu^2)D_N\upsilon\varphi$  и переходя к независимой переменной

$x = (r/r_0)^{\alpha_0}$  вместо системы (1), получим

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 N_r}{dx^2} + \left( \frac{1+2/\alpha_0}{x} - \frac{1}{D_N} \cdot \frac{dD_N}{dx} \right) \frac{dN_r}{dx} + \frac{1-\nu}{\alpha_0 D_N x} \frac{dD_N}{dx} N_r + F(r) = 0; \\ & \frac{d^2 \upsilon}{dx^2} + \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{D_M} \cdot \frac{dD_M}{dx} \right) \frac{d\upsilon}{dx} + \left( \frac{\nu}{\alpha_0 x D_M} \frac{dD_M}{dx} - \frac{r_0^2 x^{-2(1-1/\alpha_0)} N_r}{\alpha_0^2 D_M} - \frac{1}{\alpha_0^2 x^2} \right) \upsilon + F_1(r) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$F(r) = \frac{1}{\alpha_0^2 x^2} \left[ r \frac{dq_r \cdot r}{dr} + q_r \cdot r \left( 1 + \nu - \frac{\alpha_0 x}{D_N} \cdot \frac{dD_N}{dx} \right) + (1-\nu) D_N r \frac{d}{dr} (N_T/D_N) \right];$$



$$F_1(r) = \frac{1}{\alpha_0^2 x^2} \left[ -\frac{r^2 N_r}{D_M} \varphi + \frac{r}{D_M} \left( \int q_z \cdot r dr - C \right) - \frac{q_r z_0 r^2}{D_M} - \frac{r^2}{D_M} \cdot \frac{dM_r}{dr} \right], \quad (4)$$

где  $z_0 = f(r)$  — расстояние от некоторой начальной поверхности вращения до срединной плоскости, введенное для упрощения соотношений между усилиями, моментами и деформациями, определяемое из уравнения

$$\int_{-h/2}^{h/2} E(r, z) \cdot (z - z_0) dz = 0; \quad (5)$$

причем  $\varphi = -\frac{dz_0}{dr}$  — угол, образуемый нормалью к начальной поверхности с осью симметрии пластины  $z$ .

Сравнивая системы уравнений (1) и (2), видим, что задача о симметричном растяжении и симметричном изгибе неравномерно нагретой круглой пластины с переменным модулем упругости  $E = E(r, z)$  сводится к задаче о симметричном растяжении и симметричном изгибе пластины с малой начальной кривизной с постоянным по толщине модулем упругости [1]. При этом в качестве цилиндрических жесткостей растяжения и изгиба пластины рассматриваются величины

$$D_N(r) = \frac{1}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} E(r, z) dz; \quad D_M(r) = \frac{1}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} E(r, z)(z - z_0) dz. \quad (6)$$

В соответствии с непрямым операторным методом [3] решение первого уравнения системы (3) может быть записано в квадратурах, если

$$D_N(x) = A e^{\int \frac{\beta' - \beta^2 + a_1(x)\beta}{\beta - a_2(x)} dx}, \quad (7)$$

где  $\beta = \beta(x)$  — не равная  $a_2(x)$ , вообще говоря, произвольная функция,

$$a_1(x) = \frac{1 + 2/\alpha_0}{x}; \quad a_2(x) = \frac{1 - \nu}{\alpha_0 x}.$$

Например, для случая  $\beta = \frac{a}{x}$  ( $a$  — не равная нулю константа)

$$D_N(x) = D_0 x^{-b}; \quad b = \frac{a \left( a - \frac{2}{\alpha_0} \right)}{a + \frac{\nu - 1}{\alpha_0}}, \quad (8)$$

где  $D_0$  — постоянный множитель.

При учете граничных условий

$$N_r(b_1) = N_1; \quad N_r(b_2) = N_2 \quad (9)$$

растягивающее усилие  $N_r(r)$  получит выражение

$$N_r = M \cdot x^{\frac{a-2}{\alpha_0}+1} + L \cdot x^{-a} + T \cdot x^{\frac{1}{\alpha_0}} + P, \quad (10)$$

где

$$M = \frac{N_2 b_2^a - N_1 b_1^a + \frac{1}{\alpha_0^2} \cdot \left[ \frac{E_0 h \alpha_r \gamma \cdot (b_1^a - b_2^a)}{a \left( \frac{2}{\alpha_0} - a - 1 \right)} - \frac{q r_0 (1 + \nu) \left( b_1^{\frac{a+1}{\alpha_0}} - b_2^{\frac{a+1}{\alpha_0}} \right)}{\left( \frac{1}{\alpha_0} + a \right) \left( \frac{3}{\alpha_0} - a - 1 \right)} \right]}{b_2^{2 \left( \frac{a-1}{\alpha_0} \right) + 1} - b_1^{2 \left( \frac{a-1}{\alpha_0} \right) + 1}}.$$

$$L = b_1^a \cdot N_1 - \frac{b_1^a}{\alpha_0^2} \left( \frac{E_0 h \alpha_T \gamma}{a \left( \frac{2}{\alpha_0} - a - 1 \right)} - \frac{q r_0 (1 + \nu) \cdot b_1^{1/\alpha_0}}{\left( \frac{1}{\alpha_0} + a \right) \left( \frac{3}{\alpha_0} - a - 1 \right)} \right) - \left( b_2^a N_2 - b_1^a N_1 + \frac{1}{\alpha_0^2} \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{E_0 h \alpha_T \gamma \cdot (b_1^a - b_2^a)}{a \left( \frac{2}{\alpha_0} - a - 1 \right)} - \frac{q r_0 (1 + \nu)}{\left( \frac{1}{\alpha_0} + a \right) \left( \frac{3}{\alpha_0} - a - 1 \right)} \cdot \left( b_1^{a + \frac{1}{\alpha_0}} - b_2^{a + \frac{1}{\alpha_0}} \right) \right] \cdot \frac{b_1^{2 \left( \frac{a-1}{\alpha_0} \right) + 1}}{b_2^{2 \left( \frac{a-1}{\alpha_0} \right) + 1} - b_1^{2 \left( \frac{a-1}{\alpha_0} \right) + 1}} \right); \\ T = -\frac{1}{\alpha_0^2} \cdot \frac{q r_0 (1 + \nu)}{\left( \frac{1}{\alpha_0} + a \right) \left( \frac{3}{\alpha_0} - a - 1 \right)}, \quad P = \frac{1}{\alpha_0^2} \cdot \frac{E_0 h \alpha_T \gamma}{a \left( \frac{2}{\alpha_0} - a - 1 \right)}.$$

Далее для решения второго уравнения системы (3) воспользуемся методом частичной дискретизации. В соответствии с этим методом общее решение уравнения имеет вид

$$\nu = C_2 + \int \frac{1}{x \cdot D_M} [C_1 + \psi(x)] dx, \tag{11}$$

где при  $D_M = A \cdot x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}$ .

$$\psi(x) = \frac{r_0^2}{2\alpha_0^2} \sum (x_k + x_{k+1}) \cdot \left[ x_k^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_k} \nu_k H(x - x_k) - x_{k+1}^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_{k+1}} \nu_{k+1} H(x - x_{k+1}) \right] - \int x D_M F_1(r) dx.$$

Интегрируя (11), получим

$$\nu = C_2 - C_1 \frac{\alpha_0 \nu}{A x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{r_0^2 \nu}{2A\alpha_0^2} \sum (x_k + x_{k+1}) \cdot \left[ x_k^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_k} \nu_k \left( \frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{1}{x_k^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} \right) H(x - x_k) - \right. \\ \left. - x_{k+1}^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_{k+1}} \nu_{k+1} \left( \frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} - \frac{1}{x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} \right) H(x - x_{k+1}) \right] - f(x),$$

где

$$f(x) = \frac{1}{A\alpha_0^2} \left[ -r_0^2 \varphi M \frac{x^{\frac{a-1}{\alpha_0 \nu} - 1}}{(a+1) \left( a - \frac{1}{\alpha_0 \nu} - 1 \right)} - r_0^2 \varphi L \frac{x^{\frac{2}{\alpha_0} - a - \frac{1}{\alpha_0 \nu}}}{\left( \frac{2}{\alpha_0} - a \right) \left( \frac{2}{\alpha_0} - a - \frac{1}{\alpha_0 \nu} \right)} - \left( r_0^2 \varphi T - \frac{r_0^3 q_z}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{x^{\frac{3}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_0 \nu}}}{\alpha_0 \left( \frac{3}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_0 \nu} \right)} - \left( r_0^2 \varphi P + q z_0 r_0^2 \right) \frac{x^{\frac{2}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_0 \nu}}}{\alpha_0 \left( \frac{2}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_0 \nu} \right)} - C r_0 \alpha_0 \frac{x^{\frac{1}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_0 \nu}}}{\alpha_0 - \frac{1}{\alpha_0 \nu}} - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_T \gamma E_1 h^3}{12(1-\nu)} \cdot \frac{\alpha_0 \nu}{x^{\frac{1}{\alpha_0 \nu}}} (\ln x + \alpha_0 \nu) \right].$$

Полагая, что наружный контур заделан, имеем

$$x = b : \nu = 0; \quad \omega = 0, \tag{12}$$

где  $\omega = -\int \nu dx$ .

С учетом граничных условий окончательно получим

$$\begin{aligned} v = \frac{r_0^2 v}{2A\alpha_0} \sum (x_k + x_{k+1}) \cdot \left[ x_k^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_k} v_k \left( \frac{1}{bx_k^{\alpha_0 v}} - \frac{1}{x_k^{\alpha_0 v}} + \frac{1}{x^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x^{\alpha_0 v} x_k^{\alpha_0 v - 1}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 v}} - \frac{1}{x_k^{\frac{1}{\alpha_0 v}}} \right) H(x - x_k) \right) - x_{k+1}^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_{k+1}} v_{k+1} \left( \frac{1}{bx_{k+1}^{\alpha_0 v}} - \frac{1}{x_{k+1}^{\alpha_0 v}} + \frac{1}{x^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x^{\alpha_0 v} x_{k+1}^{\alpha_0 v - 1}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{1}{x^{\frac{1}{\alpha_0 v}} - \frac{1}{x_{k+1}^{\frac{1}{\alpha_0 v}}} \right) H(x - x_{k+1}) \right) \right] + \left( f(b) - \frac{Q(b)}{b} \right) (\alpha_0 v - 1) \left( 1 - \left( \frac{b}{x} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 v}} \right) + f(b) - f(x); \\ \left( f(b) - \frac{Q(b)}{b} \right) (\alpha_0 v - 1) \left( 1 - \left( \frac{b}{x_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 v}} \right) + f(b) - f(x_1), \end{aligned}$$

где  $Q(x) = \int f(x) dx$ ,  $v_1 = \frac{\left( f(b) - \frac{Q(b)}{b} \right) (\alpha_0 v - 1) \left( 1 - \left( \frac{b}{x_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 v}} \right) + f(b) - f(x_1)}{1 - \frac{r_0^2 v}{2A\alpha_0} (x_1 + x_2) \cdot x_1^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_1} \left( \frac{1}{bx_1^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x_1^{\alpha_0 v}} \right)}$ ,  $k = \overline{2, n}$ ;

$$\begin{aligned} v_k = \left\{ \frac{r_0^2 v}{2A\alpha_0} \sum_{i=1}^{k-2} (x_i + x_{i+1}) \cdot \left[ x_i^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_i} v_i \left( \frac{1}{bx_i^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x_i^{\alpha_0 v}} \right) - x_{i+1}^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_{i+1}} v_{i+1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( \frac{1}{bx_{i+1}^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x_{i+1}^{\alpha_0 v}} \right) \right] + \frac{r_0^2 v}{2A\alpha_0} (x_{k-1} + x_k) \cdot x_{k-1}^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} N_{r_{k-1}} v_{k-1} \left( \frac{1}{bx_{k-1}^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x_{k-1}^{\alpha_0 v}} \right) + \right. \\ \left. + \left( f(b) - \frac{Q(b)}{b} \right) (\alpha_0 v - 1) \left( 1 - \left( \frac{b}{x_k} \right)^{\frac{1}{\alpha_0 v}} \right) + f(b) - f(x_k) \right\} / \left\{ 1 - \frac{r_0^2 v}{2A\alpha_0} (x_{k+1} - x_{k-1}) \cdot x_k^{\frac{2}{\alpha_0} - 1} \times \right. \\ \left. \times N_{r_k} \left( \frac{1}{bx_k^{\alpha_0 v}} - \frac{b^{\frac{1}{\alpha_0 v} - 1}}{x_k^{\alpha_0 v}} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Проиллюстрированный подход позволяет получить приближенное аналитическое решение задачи о сложном изгибе круглой пластины с учетом различной зависимости жесткости и температурного поля от радиуса и толщины [4].

Существующие методы нахождения решений нелинейных дифференциальных уравнений, хотя и являются весьма полезными, однако при общей постановке задачи не могут гарантировать сходимость приближенного решения к точному. В этой связи применение метода частичной дискретизации к рассматриваемой системе нелинейных уравнений оказывается весьма целесообразным.

#### Список литературы

- 1 Коваленко А.Д. Круглые пластины переменной толщины. — М.: Физматгиз, 1959. — 294 с.
- 2 Тюреходжаев А.Н., Култасов К.А., Касабеков С.И. Аналитическое решение задачи о симметричном изгибе неоднородной пластины с отверстием в неоднородном температурном поле // Наука и новые технологии». — 1998. — № 4. — С. 7–14.
- 3 Тюреходжаев А.Н., Тусупов А.Т., Тусупов К.А. Полуобратная задача об изгибе неравномерно нагретой круглой пластины переменной толщины // Вестн. КазНТУ. — 1996. — № 4. — С. 43–47.
- 4 Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Пер. с нем. — 4-е изд., испр. — М.: Наука; Гл.ред. физ.-мат. лит., 1971. — 576 с.

Ә.Н.Төреқожаев, Г.Ө.Маматова, В.Б.Рыстығұлова

## Серпімді біртекті емес пластинаның әркелкі температуралық өрістегі күрделі иілуі

Мақалада әркелкі қыздырылған, серпімділік модулі радиусы бойымен ғана емес, сонымен қатар қалыңдығы бойымен де айнымалы болып табылатын пластинаның симметриялы деформациясы қарастырылды. Қазіргі уақыттағы практиканың дамуы зерттеушілер мен құраушылардан құрылымдардың түйіндері мен агрегаттардағы жоғары температуралық өрістің болуымен, қалыңдығының, серпімділік модулінің, Пуассон коэффициентінің айнымалылығымен байланысты беріктіктің көптеген есептерін шығарудың жаңа әдістерін ойлап табуды талап етеді. Біртекті емес пластинаның әркелкі температуралық өрістегі кернеулік-деформациялық күйін талдау туралы есепті шешудің аналитикалық және жуық-аналитикалық әдістеріне қажеттілік жоғары. Мұндай есептерді зерттеу ерекше маңызды. Бұл жұмыста көрсетілген олқылық едәуір дәрежеде орындалды.

A.N.Tyurehodzhaev, G.U.Mamatova, V.B.Rystygulova

## Complicated bending elastic inhomogeneous plate in the uneven temperature field

The paper considers the symmetric deformation is unevenly heated plate, when the modulus of elasticity is variable not only along the radius, but also through the thickness of the plate. The development of modern of practice demands from researchers and designers creation of new of methods for solving large number of tasks of the strength, related to of variable thickness, modulus of elasticity, Poisson coefficient, presence of high of the temperature field in aggregates and designs the nodes. High demand analytical and approximately of analytic methods of solving problems about calculations of stress-deformed state inhomogeneous plates in the uneven temperature field. Research of such problems exceptionally important. In this work, to a considerable extent, the given white space is performed.

### References

- 1 Kovalenko A.D. *Circular plates of variable thickness*, Moscow: Phymathgiz, 1959, 294 p.
- 2 Tyurehodzhaev A.N., Kultasov K.A., Kasabekov S.I. *Science and New Technologies*, 1998, 4, p. 7–14.
- 3 Tyurehodzhaev A.N., Tusupov A.T., Tusupov K.A. *Bull. of KazNTU*, 1996, 4, p. 43–47.
- 4 Kamke E. *Handbook on Ordinary the differential equations / Transl. from the German, 4th edition, corrected*, Moscow: Nauka. Chief Editorial Board of physical and mathematical literature, 1971, 576 p.

А.Т.Омарова<sup>1</sup>, М.Ф.Грело<sup>2</sup><sup>1</sup>Казахстанский экономический университет Казпотребсоюза;<sup>2</sup>Университет Сантьяго де Компостела, Испания (E-mail:shakirova\_ainura@mail.ru)

## Анализ индустриально-инновационной ориентации экономики как нового вектора развития Республики Казахстан

В статье обоснована особая роль в модернизации экономики экономических отношений в сфере развития человеческого капитала. Осуществлен комплексный анализ социально-экономической системы, в рамках которого расширены теоретические и практические представления о сущности инновационных процессов в Казахстане. Выделены проблемы и пути решения в сфере управления человеческими ресурсами в реализации инновационного развития Казахстана. Рассмотрены инновационные технологии управления человеческими ресурсами с применением технологий программирования. Изучены основные стратегические направления индустриально-инновационной модернизации экономики, реализация которых обеспечит устойчивый и интенсивный экономический рост Казахстана и его регионов.

*Ключевые слова:* проектирование, процесс, инновационное развитие, инновационная стратегия, международное разделение труда, глобализация, управление персоналом, человеческий капитал, инвестиции, индустриализация, модернизация, кадровый потенциал.

Инновационная стратегия — самый надежный путь, по которому развивающиеся страны могут выйти из кризиса, решая одновременно общую задачу форсированной индустриализации. Эксперты мировой экономики единодушны во мнении, что индустриализация стран настигающего развития и инновация развитых стран после кризиса с большей вероятностью получат большое ускорение, так как материальной основой выхода из кризиса является массовое обновление производства передовой инновационной технологией.

Изучение современных тенденций развития мировой экономики, а также моделей развитых и развивающихся стран показывает, что быстрые темпы экономического роста взаимосвязаны с высоким уровнем инновационной среды — науки, новых технологий, наукоемких отраслей и инновационных компаний. Мировая практика последнего десятилетия наглядно демонстрирует значительный прогресс, инвестиционный прорыв в научной, инновационной сфере [4].

Казахстан в международном разделении труда в условиях глобализации позиционирует себя как один из общепризнанных и перспективных сырьевых регионов. За последние 10 лет доля минеральных продуктов в совокупном экспорте увеличилась 1,4 раза и составила в 2013 г. 79,8 %. Второй по величине статьей казахстанского экспорта являются металлы и изделия из них. В 2013 г. их удельный вес в экспорте равнялся 9,4 %. Доля продукции агропромышленного комплекса составила 3,3 %. Остальные же статьи экспорта в сумме составляют менее 10 %, при этом доля продукции обрабатывающей промышленности практически не меняется и остается на крайне низком уровне: 4,2 % — для химической промышленности и 1,5 % — для машин и оборудования [4].

Природные ресурсы послужили для Казахстана стартовой площадкой для экономического роста. Но объективно назрела необходимость структурных изменений в экономике страны, которые позволили бы реализовать выигрыши от обладания природными богатствами путем развития собственных высокотехнологичных отраслей производства, сокращения импорта потребительских товаров, в первую очередь продукции сельского хозяйства и пищевой промышленности.

В условиях глобализации мирового рынка и нарастания конкуренции во всех его сегментах инновационный путь развития для Казахстана — безальтернативная стратегия, основной целью которой являются достижение устойчивого развития страны путем диверсификации отраслей экономики, способствующей отходу от сырьевой направленности, подготовка условий для перехода в долгосрочной перспективе к сервисно-технологической экономике.

Результаты инновационной политики Казахстана, основы которой заложены в Стратегии индустриально-инновационного развития Республики Казахстан на 2003–2015 годы, утвержденной Указом Президента Республики Казахстан в мае 2003 г., характеризуют основные показатели, представленные рисунке 1.

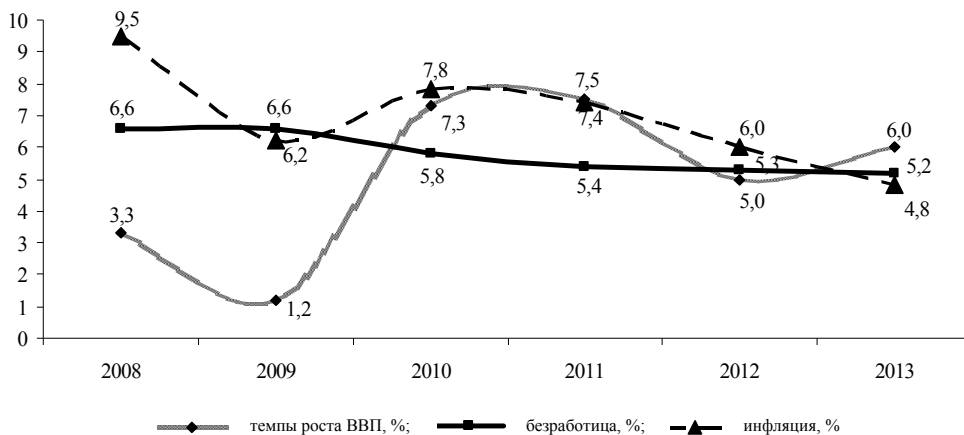


Рисунок 1. Динамика темпов роста ВВП, уровня безработицы и инфляции в Республике Казахстан за 2008–2013 гг.

Данные рисунка 1 наглядно иллюстрируют основную тенденцию в экономике Казахстана:

- увеличение и стабилизацию темпов роста ВВП в размере среднестатистического ежегодного увеличения на 5 %, за 2010–2013 гг. — 6,6 %;
- сокращение безработицы с 6,6 % в 2009 г. до 5,2 % в 2013 г.;
- снижение инфляции на 3,7 п.п. за рассматриваемый период, и стабилизацию на уровне 7 %.

Следует отметить, что за анализируемый период доля крупных предприятий в общем количестве активных субъектов снизилась с 6,1 % до 4,7 %, а доля в ВВП, наоборот, увеличилась с 81,4 % до 82,9 %. Число малых и средних предприятий в расчете на 1 тыс. человек населения в республике составляет 50, при этом очень высок уровень так называемого самозанятого населения (30,3 %). Доля МСБ в ВВП сократилась с 18,6 % в 2008 г. до 17,1 % в 2013 г., что связано с увеличением объемов производства сырьевых предприятий, в основном крупных, ориентированных на экспорт продукции.

Таким образом, проведенный автором анализ индустриально-инновационного развития Казахстана позволил выявить как основные положительные результаты, так и главные проблемы, которые необходимо решить для повышения конкурентоспособности Казахстана и вхождения его в число наиболее конкурентоспособных государств мира посредством диверсификации экономики и развития несырьевого сектора (рис. 2 и 3).

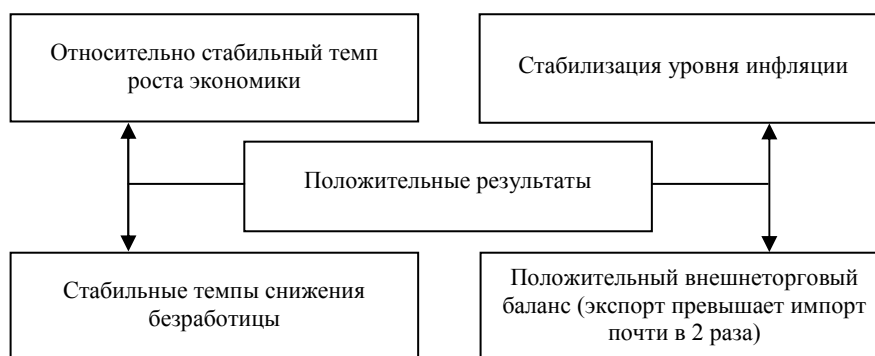


Рисунок 2. Положительные результаты индустриально-инновационного развития Республики Казахстан

Технологическое и экономическое лидерство Германии как страны с развитой инновационной экономикой представляет особый интерес для Казахстана. Именно Германия, благодаря фундаментальным исследованиям и применению прорывных технологий, создала наиболее близкие к оптимальным условия для быстрого и эффективного воплощения идей в инновационные товары и продукты. Инновационная экономика Германии во многом предопределяет ее лидирующее положение на мировом рынке.

Отраслевая структура экономики Испании в целом приближается к соответствующим структурам экономики развитых стран мира, несмотря на то, что сами отрасли в трех больших группах технологически значительно уступают соответствующим отраслям крупных европейских экономик.

Основные показатели, характеризующие состояние экономики Казахстана, Германии и Испании в 2012 г., представлены в таблице 1.



Рисунок 3. Проблемы индустриально-инновационного развития Республики Казахстан

Как видно из приведенных общих макроэкономических показателей, характеризующих состояние страны, в том числе величины ВВП, Германия и Испания — одни из развитых экономически стран Западной Европы. При этом экономика Германии является крупнейшей в ЕС и одной из наиболее масштабных в мире, однако уступает по темпам роста ВВП Испании.

Т а б л и ц а 1

Основные макроэкономические показатели экономики Казахстана, Германии и Испании в 2012 г.

Показатель	Казахстан	Германия	Испания
Население, млн чел.	16,9	82,6	45,7
ВВП, млрд долл.	204,8	3324,4	1607,2
Темпы роста ВВП, %	5,0	1,4	2,4
ВВП на душу населения, долл./чел.	12119	40247	35170
Экспорт, млрд долл.	0,86	1530	410,5
Импорт, млрд долл.	0,46	1200	455,4
Безработица, %	5,3	5,6	24,1
Инфляция, %	6,0	1,4	0,5

Примечание. Составлена авторами на основе данных источников [3].

Отраслевая структура ВВП Казахстана, Германии и Испании представлена в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

**Доля основных отраслей в ВВП Казахстана, Германии и Испании в 2012 г., %**

Отрасль	Казахстан	Германия	Испания
Промышленность, строительство, энергетика, транспорт, коммуникации	47,2	30,1	21,8
Сельское, лесное и рыбное хозяйство	4,4	0,9	2,9
Сфера услуг	48,4	69,0	75,3
<i>Примечание.</i> Составлена авторами на основе данных источников [3].			

Как видно из таблицы 2, структура экономики Германии и Испании отражает их постиндустриальный характер: для них характерен очень высокий уровень ВВП на душу населения и большая доля сферы услуг в общем объеме ВВП. Доля сельского хозяйства в структуре ВВП минимальна, но сельское хозяйство этих стран обладает высокой эффективностью и диверсифицированной структурой.

Отраслевая структура экономики Казахстана еще раз подтверждает именно сырьевую направленность, что относится как к относительно большой доле промышленности и сельского хозяйства, так и относительно малой доле сферы услуг. Поэтому индустриально-инновационное развитие Казахстана должно быть нацелено не столько на резкое сокращение доли промышленности и сельского хозяйства в ВВП в пользу сферы услуг, как в индустриально развитых странах мира, а на применение новейших технологий в сырьевых отраслях и развитие наукоемких производств.

Для экономики Германии характерна гораздо большая доля промышленности в ВВП по сравнению со многими развитыми странами мира.

Сравнительная характеристика добывающей и обрабатывающей промышленности Казахстана, Германии и Испании представлена в таблице 3.

Горнодобывающая промышленность Германии и Испании переживает структурный кризис. Почти прекращена, даже в условиях слабой обеспеченности минеральными ресурсами, добыча угля, железной руды и др.

Специализацией Германии в мировой экономике является производство промышленной (в первую очередь машиностроительной) продукции. На сегодняшний день именно обрабатывающая промышленность Германии обеспечивает стране лидерство на многих мировых рынках готовой продукции. Германия занимает около 40 % на мировом рынке полиграфического оборудования, 33 — двигателей различного назначения, 31 — оборудования для переработки пластмасс, 30 — станков, 28 — металлургического оборудования, 28 — машин для текстильной промышленности, 22 % турбин.

По уровню электротехники, по ее разнообразию и качеству Германия занимает ведущее положение в мире: на мировом рынке у страны примерно такая же доля, как у США (20–25 %). Германия остается первым в мире производителем и экспортером печатных машин. По объему книгопечатания (как и по торговле книгами) Германия уступает только США.

Германия уже многие годы уверенно входит в тройку ведущих автомобильных держав планеты, уступая по объемам производства только США и Японии. И даже несмотря на то, что в последнее время к ней вплотную приблизился Китай, роль ее в мировом автомобилестроении остается весьма значительной. Лидерами немецкого автомобилестроения являются Volkswagen, Daimler-Chrysler и BMW.

Экономика Испании является пятой по величине в Европейском союзе (ЕС) (по номинальному ВВП) и двенадцатой в мире. Испания находится в верхней пятёрке почти во всех секторах среднего технологического уровня, особо выделяясь как производитель автомобильных запчастей и аксессуаров (10 место в мире), промышленных станков и оборудования (15 место), аудиовизуальных средств (17 место), продукции органической и неорганической химии (15 место), изделий металлообработки (13 место) и обуви (3 место). Но по конкурентоспособности в области информационно-коммуникационных технологий и выпуска электронных компонентов она находится только в третьей десятке стран. Среди 100 наиболее известных в мире брендов у Испании нет ни одного, хотя имеются отраслевые лидеры: «Фрейшенет» (шипучие вина), ChupaChups, Telefonica (телекоммуникации),



Repsol (энергия), «Проновас» (подвенечные платья) и «Лядро» (фарфоровые фигурки), а также входящие в первую тройку Zara, в первую пятерку — «Соль Мелья» (гостиничный бизнес). При этом происходил рост новых видов деятельности — производства оборудования для офисов, компьютеров и электротоваров, а также сферы деловых услуг и международного туризма. Значительное развитие получили автомобильная и нефтеперерабатывающая промышленность, кораблестроение, кожевенная индустрия, текстильная отрасль, производство одежды и обуви.

Т а б л и ц а 3

**Особенности отраслей промышленности Казахстана, Германии и Испании**

Параметр	Казахстан	Германия	Испания
Наличие минеральных ресурсов	Большое разнообразие и значительные запасы угля, нефти, цветных и черных металлов, химического сырья и строительных материалов	Слабая обеспеченность, кроме угля и калийных солей	Слабая обеспеченность, кроме металлосодержащего сырья (железная руда, пириты, медь, олово, ртуть, серебро, вольфрам, золото, кварц, уран)
Позиция горнодобывающей промышленности на мировом рынке	Высокая	Только внутренний рынок	Только внутренний рынок
Компании-лидеры горнодобывающей промышленности	АО «ArcelorMittal Темиртау»	-	-
Позиция обрабатывающей промышленности на мировом рынке	Высокая	Высокая	Высокая
Наиболее конкурентоспособные отрасли обрабатывающей промышленности	Черная металлургия; цветная металлургия; машиностроение (тяжелое, сельскохозяйственное, станкостроение, частично – приборостроение, электротехническое); химическая промышленность (минеральные удобрения, неорганические кислоты, РТИ, СМС); строительные материалы	Автомобилестроение; транспортное машиностроение (вагоностроение, самолетостроение); общее машиностроение (производство станков, различных приборов); электротехническая промышленность; точная механика и оптика; химическая, фармацевтическая и парфюмерно-косметическая промышленность; черная металлургия	Автомобильные запчасти и аксессуары; промышленное станкостроение; производство аудиовизуальных средств; химическая промышленность; металлообработка; обувная промышленность
Компании-лидеры обрабатывающей промышленности	АО ТНК «Казхром», ТОО «Казатомпром», ТОО «Корпорация «Казакхмыс», ТОО «Казцинк»	Volkswagen, Daimler, Siemens, BASF, BMW	Movistar, Gamesa, Indra, Alstom Power, Zara
<i>Примечание.</i> Составлена авторами на основе данных источников [5].			

Таким образом, промышленность Германии и Испании из-за слабой обеспеченности полезными ископаемыми и сильной зависимости от топливных ресурсов других стран ориентирована именно на высокотехнологичные отрасли. В результате экономика этих стран занимает лидирующее положение в машиностроении, обрабатывающей промышленности, строительстве, транспорте, энергетике, коммуникациях, электронике, легкой и пищевой промышленности благодаря развитию наукоемкого про-

изводства, повышению производительности труда, большой доле расходов на НИОКР и высокому уровню внедрения инноваций.

Таким образом, промышленность Германии и Испании в основном представлена обрабатывающими подотраслями в отличие от промышленности Казахстана, в которой лидирующее положение занимает именно горнодобывающая отрасль благодаря большому разнообразию минеральных ресурсов и их огромным запасам.

На основании проведенного авторами анализа индустриально-инновационной ориентации экономики Республики Казахстан как нового вектора развития страны можно выделить основные причины, снижающие эффективность инновационных процессов.

1. К основным положительным результатам реализации Стратегии индустриально-инновационного развития следует отнести:

- стабильный темп роста экономики (не менее 5 % ежегодно);
- стабилизация уровня инфляции (в пределах 6–8 %);
- снижение уровня безработицы (до 5,3 %);
- положительный внешнеторговый баланс (экспорт превышает импорт почти в 2 раза).

Эти достижения выводят Республику Казахстан в разряд динамичных экономик мира.

2. Основными проблемами реализации Стратегии индустриально-инновационного развития являются:

- высокая доля горнодобывающей промышленности в ВВП;
- низкие темпы и эффективность структурных преобразований в экономике;
- высокая энергоёмкость ВВП;
- низкая производительность труда;
- технологическое отставание в обрабатывающей промышленности и АПК;
- низкий уровень инвестиций в НИОКР;
- низкий уровень внедрения инноваций;
- низкая конкурентоспособность предприятий, производящих потребительские товары;
- низкий уровень конкурентоспособности аграрного сектора;
- мелкотоварный характер АПК;
- высокий уровень зависимости внутреннего рынка от импорта продуктов питания;
- высокая доля минеральных ресурсов в экспорте;
- значительный уровень неравенства населения;
- высокий уровень самозанятого населения.

Т а б л и ц а 4

**Особенности экономики Казахстана, Германии и Испании**

Параметр	Казахстан	Германия	Испания
1	2	3	4
Темп экономического роста	Стабильный, высокий	Стабильный, медленный	Нестабильный, медленный
Развитие предпринимательства	Ведущее место — крупный бизнес	Ведущее место — крупный бизнес	Ведущее место — малый бизнес
Уровень безработицы	Низкий	Низкий	Высокий
Уровень инфляции	Стабильный, средний	Стабильный, низкий	Стабильный, низкий
Внешнеторговый баланс	Положительный	Положительный	Отрицательный
Уровень расходов на НИОКР	Низкий	Высокий	Высокий
Уровень внедрения инноваций	Низкий	Высокий	Высокий
Структура ВВП	Индустриальная, ведущее место — промышленность	Постиндустриальная, ведущее место — сфера услуг	Постиндустриальная, ведущее место — сфера услуг
Горнодобывающая промышленность	Ведущая отрасль благодаря огромным запасам минеральных ресурсов	Структурный кризис, слабо развита из-за низкой обеспеченности минеральными ресурсами	Структурный кризис, слабо развита из-за низкой обеспеченности минеральными ресурсами

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4
Обрабатывающая промышленность	Слабо развита, в основном, металлургия и химическая промышленность	Высоко развита, наукоемкие отрасли, в т.ч. автомобилестроение, электротехническая промышленность, точная механика и оптика	Высоко развита, наукоемкие отрасли, в т.ч. автозапчасти и аксессуары, производство аудиовизуальных средств, легкая промышленность
Электроэнергетика	Высокая зависимость от импорта (Россия), низкий уровень использования ВИЭ	Высокая зависимость от импорта, высокий уровень использования ВИЭ	Высокая зависимость от импорта, высокий уровень использования ВИЭ
Сельское хозяйство	Развито, низкая производительность труда, экономически неэффективно, мелкотоварное производство	Высоко развито, высокая производительность труда, экономически эффективно, органическое сельское хозяйство	Развито, высокая производительность труда, экономически эффективно, мелкотоварное производство
Сфера услуг	Относительно низкая доля в ВВП, низкие темпы роста, в основном торговля	Развита, специализация на банковском секторе и финансовых услугах	Основной сектор в ВВП, динамично развивается, обеспечивая занятость и рост производительности труда
<i>Примечание.</i> Составлена авторами на основе проведенного анализа.			

3. Структура ВВП, экспорта и привлечения инвестиций свидетельствует о сохранении сырьевой направленности экономики Казахстана: относительно большой доле промышленности (47,2 %) и сельского хозяйства (4,4 %), так и относительно малой доле сферы услуг (48,4 %). Поэтому индустриально-инновационное развитие Казахстана должно быть нацелено не столько на резкое сокращение доли промышленности и сельского хозяйства в ВВП в пользу сферы услуг, как в индустриально развитых странах мира, сколько на применение новейших технологий в сырьевых отраслях и развитие наукоемких производств.

4. К потенциальным угрозам индустриально-инновационного развития и диверсификации экономики следует отнести:

- ограниченность финансовых ресурсов из-за недостатка собственных средств и неприемлемых условий кредитования;
- дефицит квалифицированных кадров технических специальностей и высококвалифицированных рабочих;
- низкий научно-технический и инновационный потенциал;
- высокую стоимость и экономический риск нововведений;
- низкий уровень индустриализации сельскохозяйственного производства и развития крупного и среднего бизнеса в этой сфере деятельности.

5. При этом Казахстан располагает значительными выгодными предпосылками:

- богатые природные ресурсы, обеспечивающие большую часть внутренних потребностей в сырье и энергоносителях;
- огромный интеллектуальный потенциал и богатые человеческие ресурсы.

6. Индустриально-инновационное развитие Казахстана и вхождение в число 30-ти конкурентоспособных стран мира возможны только за счет опережающего развития человеческих ресурсов и высокого уровня накопления человеческого капитала. Тем более, что, в отличие от невозобновляемых природных ресурсов, человеческий капитал, находясь в постоянном динамичном развитии, неисчерпаем. Собственно наличие богатых природных ресурсов может лишь способствовать, но не сможет обеспечить устойчивый экономический рост. Более того, они будут ставить страну в высокую степень зависимости от конъюнктуры мировых рынков нефти, металлов, руд и т.п. Развитие же человеческого капитала лежит в плоскости экономики знаний, основным критерием которой является умение воплотить имеющиеся идеи и технологии в конкретные продукты и услуги, что характерно

для стран-лидеров. Человеческий капитал относится к важнейшим факторам влияния на развитие производительных сил общества. Эффективное развитие человеческого капитала в условиях глобализации и открытости мирового пространства способно вывести страны на более высокий уровень развития.

Определить прогнозные значения труда и капитала для пополнения информационной базы можно с помощью метода математической экстраполяции, где инструментальным средством для расчётов выбран Microsoft Excel.

Модель определения оптимальной среднегодовой численности работников с различными уровнями образования была реализована на ретроспективных статистических данных по виду экономической деятельности «Образование» за период 2000–2012 гг. и на прогнозных данных за период 2013–2016 гг.

Пополнение информационной базы модели осуществляется за счёт прогнозных значений объёмов выпуска, труда и капитала, полученных из программ социально-экономического развития отраслей экономики РК. Недостаток официальных данных привёл к необходимости создания самостоятельного прогноза значений труда и капитала при известных значениях объёма выпуска продукта и цен труда и капитала.

Одновременное изменение объёмов труда и капитала может по-разному воздействовать на объёмы выпуска совокупного продукта, что приводит к необходимости использовать эти факторы производства в определённой пропорции. Заданный объём совокупного выпуска осуществим только при ограниченном количестве сочетаний капитала и труда. Ограничителем являются их цены. Предельная производительность труда начинает уменьшаться, достигнув оптимальной капиталовооружённости труда.

Среди различных сочетаний труда и капитала, обеспечивающих один и тот же объём выпуска продукта, показано нахождение оптимального сочетания факторов производства, обеспечивающее минимум издержек. Согласно теории предельной производительности для нахождения оптимального сочетания факторов производства предельная норма технического замещения труда капиталом должна быть равна соотношению их цен, а также соотношению их предельных производительностей. Это соотношение показывает равновесие производителя, при котором рубль, вложенный производителем в единицу труда, равнозначен рублю, вложенному в единицу капитала.

Производственная функция, записанная с использованием доли работников, имеющих  $i$  уровень образования, выглядит так:

$$Y(t) = a_1 \cdot K(t)^{a_2} \cdot L(t)^{1-a_2} \cdot \left( \sum_{i=1}^3 (\vartheta_i \cdot e^{h_i \cdot t}) \right)^{1-a_2}. \quad (1)$$

При этом предельная норма технического замещения труда капиталом:

$$S_K = \frac{\partial Y(t) / \partial L(t)}{\partial Y(t) / \partial K(t)} = \frac{a_1 \cdot K(t)^{a_2} \cdot (1-a_2) \cdot L(t)^{1-a_2-1} \cdot \left( \sum_{i=1}^3 \vartheta_i(t) \cdot e^{h_i \cdot t} \right)^{1-a_2}}{a_1 \cdot a_2 \cdot K(t)^{a_2-1} \cdot L(t)^{1-a_2} \cdot \left( \sum_{i=1}^3 \vartheta_i(t) \cdot e^{h_i \cdot t} \right)^{1-a_2}} = \frac{(1-a_2) \cdot K(t)}{a_2 \cdot L(t)}. \quad (2)$$

Условие равновесия производителя:

$$\frac{(1-a_2) \cdot K(t)}{a_2 \cdot L(t)} = \frac{u(t)}{r(t)}, \quad (3)$$

где  $u(t)$  — стоимость единицы труда;  $r(t)$  — стоимость единицы капитала.

Такое сочетание труда и капитала соответствует минимальным затратам на производство заданного объёма выпуска совокупного продукта в исследуемом году. Соотношение цен труда и капитала — один из основных критериев эффективности финансовой политики предприятия.

Из условия равенства соотношения предельных производительностей факторов производства соотношению их цен (20) было найдено  $K(t)$ :

$$K(t) = \frac{a_2 \cdot u(t)}{(1-a_2) \cdot r(t)} \cdot L(t) = \gamma \cdot L(t), \quad \text{где } \gamma = \frac{a_2 \cdot u(t)}{(1-a_2) \cdot r(t)}. \quad (4)$$

Выражая из производственной функции (1) труд  $L(t)$  и подставляя полученное выражение в (5), найдено оптимальное значение  $K^{оп}(t)$ :

$$K^{on}(t) = \gamma^{\frac{1-a_2}{a_2}} \cdot \left( \frac{Y(t)}{a_1} \right)^{\frac{1}{a_2}} \cdot \left( \sum_{i=1}^3 \mathfrak{G}_i(t) e^{h_i t} \right)^{-\frac{1-a_2}{a_2}}. \quad (5)$$

Подставив полученное оптимальное значение  $K^{on}(t)$  в  $L(t)$ , найдено и оптимальное значение  $L^{on}(t)$ :

$$L^{on}(t) = \frac{K(t)}{\gamma} = \gamma^{\frac{1-2a_2}{a_2}} \cdot \left( \frac{Y(t)}{a_1} \right)^{\frac{1}{a_2}} \cdot \left( \sum_{i=1}^3 \mathfrak{G}_i(t) e^{h_i t} \right)^{-\frac{1-a_2}{a_2}}. \quad (6)$$

Полученными значениями  $K^{on}(t)$  и  $L^{on}(t)$  пополняется информационная база модели. Дополнительно в работе приводится графический анализ зависимости объема выпуска от размеров основных фондов предприятий и от совокупной численности трудовых ресурсов. Для этого анализируются кривые равного выпуска (изокванты) и кривые равных издержек (изокосты); показано графическое определение оптимального соотношения труда и капитала, которое находится в точке касания изокосты с изоквантой.

Таким образом, необходимо проанализировать, каким образом индустриально-инновационное развитие повлияло на качество человеческих ресурсов страны, каково текущее состояние рынка труда, выявить основные возможности и потенциальные угрозы, сдерживающие экономический рост и интеграцию страны в мировое сообщество.

#### Список литературы

- 1 Дынкин А. Нефть, бриллианты и мозги — главная ценность по всему миру // Известия. — 2010. — 13 марта.
- 2 Сухарев О. О приоритетной политике модернизации // Экономист. — 2010. — № 3, — С. 20.
- 3 Данные Агентства РК по статистике за 2008–2010 гг. [ЭР]. Режим доступа: www.stat.kz
- 4 Выступление Президента РК Н.А. Назарбаева в ходе телемоста, посвященного Дню индустриализации 4 июля 2012 года. [ЭР]. Режим доступа: www.akorda.kz
- 5 Мауленова С.Ж. Условия и факторы экономического развития Казахстана // Казахстан на пути к новой модели развития: тенденции, потенциал и императивы роста. — Ч. 1. — Алматы: Кітап, 2012. — 280 с.
- 6 Кузеванова И.Ю., Порошин Ю.Б. Развитие региональной инновационной инфраструктуры по модели создания «кластеров» // Инновационная Деятельность. — 2010. — № 4. — С. 85–91.

А.Т.Омарова, М.Ф.Грело

### Экономиканың индустриалды-инновациялық бағытын талдау Қазақстан Республикасының дамуының жаңа векторы ретінде

Мақалада адами капиталды дамыту саласында экономикалық қатынастар мен экономикалық жаңғыртудағы айрықша ролі негізделген. Әлеуметтік-экономикалық жүйенің кешенді талдауы жүргізіліп, оның шеңберінде Қазақстандағы инновациялық үрдістердің мәнінің теориясы және тәжірибесі көрінген. Қазақстанның инновациялық дамуын жүзеге асырудағы адами қорларды басқару саласында мәселелер мен шешілу жолдары көрсетілген. Бағдарламалық технологиялар арқылы адами қорларды басқарудың ерекшеліктері қарастырылды. Қазақстан және оның өңірлерінің тұрақты және қарқынды экономикалық өсімін қамтасасыз етуші, экономиканың индустриалды-инновациялық жаңғыруының негізгі стратегиялық бағыты зерттелген.

A.T.Omarova, M.F.Grelo

### Analysis of industrial-innovative orientation of the economy as a new vector of development of the Republic of Kazakhstan

This article discusses a special role in the modernization of the economy of economic relations in the field of development of human capital. A comprehensive analysis of the socio-economic system, which expanded the theoretical and practical understanding of the essence of the innovation processes in Kazakhstan. Identified problems and solutions in the field of human resources management in the implementation of innovative development of Kazakhstan. Also considered the features of human resource management in the Republic of Kazakhstan. The main strategic directions of industrially-innovative modernization of the economy, the implementation of which will ensure the sustained and intensive economic growth of Kazakhstan and its regions.

## References

- 1 Dynkin A. *Izvestiya*. 2010, 13 of March.
- 2 Sukharev O. *Economist*, Moscow, 2010, 3, p. 20.
- 3 *Data of the statistics agency of the Republic of Kazakhstan for 2008–2010*. [ER]. Access mode: www.stat.kz
- 4 *Statement by the President of Nursultan Nazarbaev during the video conference, dedicated to the day of industrialization July 4, 2012 year*. [ER]. Access mode: www.akorda.kz
- 5 Maulenova S.Zh. *Conditions and factors of economic development of Kazakhstan / Kazakhstan / towards a new model of development: trends, imperatives of growth and potential*, p. 1, Almaty: Kitap, 2012, 280 p.
- 6 Kuzevanova I.Yu, Poroshin Yu.B. *Innovation*, 2010, 4, p. 85–91.

ӘОЖ 517.956

Н.Т.Орумбаева

*Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail:Orumbayevan@mail.ru)*

### Гиперболалық теңдеулер жүйесінің периодты шешімдері

Мақала аралас туындылы гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін периодты шеттік есептерді зерттеуге арналған. Параметрлеу әдісі негізінде гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін периодты шеттік есептің жуық шешімдерін табатын конструктивті алгоритмдер ұсынылған. Есептің алғашқы берілгендері бойынша ұсынылған алгоритмдердің орындалуы мен жинақтылығының жеткілікті шарттары алынған.

*Кілт сөздер:* гиперболалық теңдеулер жүйесі, алгоритм, шеттік есеп, параметрлеу әдісі.

Қандай да бір уақыт аралығында қайталанып отыратын құбылыстар мен процестерді математикалық модельдеу гиперболалық түрдегі периодты шеттік есептерді зерттеуге мұқтаж етеді. Аралас туындысы бар дербес туындылы гиперболалық теңдеулер үшін периодты шеттік есептерді зерттеу 60-шы жылдардан Чезаридің жұмыстарынан бастау алады. Осындай шеттік есептердің шешімділік мәселелерімен әрі қарай А.К. Азиз, С.В. Жестков, А.М. Самойленко, Ю.А. Митропольский, Г.П. Хома, М.И. Громьяк, Б.И. Пташник, Т.И. Кигурадзе және тағы басқалар айналысқан. Дегенмен, программалаудың қолданбалы есептерде кең ауқымда қолданылуы құрылған әдістерге жаңа талаптар қояды. Осыған орай ұсынылып отырған гиперболалық теңдеулер үшін периодты шеттік есептің жуық шешімін табудың қос параметрлі алгоритмдер әулеті осы талаптарды негізге алады.

$\bar{\Omega} = [0, \omega] \times [0, T]$  облысында сызықты гиперболалық теңдеулер жүйесі үшін периодты шеттік (1)–(3) есебін қарастырайық:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = A(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} + C(x, t)u + f(x, t); \quad (1)$$

$$u(0, t) = \psi(t), \quad t \in [0, T]; \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u(x, T), \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

мұнда  $A(x, t), C(x, t)$  —  $n$ -өлшемді матрицалары және  $f(x, t)$   $n$ -вектор функциясы  $\bar{\Omega}$  облысында үзіліссіз,  $\psi(t)$   $n$ -вектор функциясы  $[0, T]$  аралығында үзіліссіз дифференциалданады және  $\psi(0) = \psi(T)$  шартын қанағаттандырады. Сондай-ақ  $u(x, t), A(x, t)$  нормалары мына түрде анықталады:  $\|u(x, t)\| = \max_{i=1, n} |u_i(x, t)|$ ;  $\|A(x, t)\| = \max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}(x, t)|$ .  $C(\bar{\Omega}, R^n)$  —  $\bar{\Omega}$ -да үзіліссіз және нормасы келесі  $\|u\|_0 = \max_{(x, t) \in \bar{\Omega}} \|u(x, t)\|$  түрде анықталатындай  $u: \bar{\Omega} \rightarrow R^n$  функциялар кеңістігі болсын.

Егер де барлық  $(x, t) \in \overline{\Omega}$  үшін  $u(x, t) \in C(\overline{\Omega}, R^n)$  функциясының  $\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \in C(\overline{\Omega}, R^n)$ ,  $\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \in C(\overline{\Omega}, R^n)$  дербес туындылары бар болып, (1) жүйені және (2), (3) шарттарын қанағаттандыратын болса, онда бұл функция берілген есептің шешімі болады.

(1)–(3) есебін шешу үшін жаңа белгісіз  $v(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$  функциясын  $\frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$  енгіземіз. Сонда берілген есеп келесі түрде жазылады:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = A(x, t)v + C(x, t)u(x, t) + f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega; \quad (4)$$

$$v(x, 0) = v(x, T), \quad x \in [0, \omega]; \quad (5)$$

$$u(x, t) = \psi(t) + \int_0^x v(\xi, t) d\xi, \quad t \in [0, T]. \quad (6)$$

(4)–(6) есебінің шешімін табу үшін параметрлеу әдісін қолданамыз [2].

$h > 0: Nh = T$  — қадамы бойынша  $[0, T] = \bigcup_{r=1}^N [(r-1)h, rh)$ ,  $N = 1, 2, \dots$  бөліктеуін жүргіземіз. Сонда

$\Omega$  облысы  $N$  бөлікке бөлінеді.  $v_r(x, t), u_r(x, t)$  арқылы, сәйкесінше,  $v(x, t), u(x, t)$  функцияларының  $\Omega_r = [0, \omega] \times [(r-1)h, rh)$ ,  $r = \overline{1, N}$  облысындағы мәндерін белгілейміз. Бұл жағдайда, (4)–(6) есебі келесі шеттік есепке эквивалентті болады:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = A(x, t)v_r + C(x, t)u_r(x, t) + f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega_r; \quad (7)$$

$$v_1(x, 0) - \lim_{t \rightarrow T-0} v_N(x, t) = 0, \quad x \in [0, \omega]; \quad (8)$$

$$\lim_{t \rightarrow sh-0} v_s(x, t) = v_{s+1}(x, sh), \quad s = \overline{1, N-1}; \quad (9)$$

$$u_r(x, t) = \psi(t) + \int_0^x v_r(\xi, t) d\xi, \quad (x, t) \in \Omega_r, \quad r = \overline{1, N}, \quad (10)$$

мұндағы (9) —  $v(x, t)$  функциясын бөлгендегі ішкі түзулерін түйістіру шарты.

$\lambda_r(x) = v_r(x, (r-1)h)$  белгілеуін енгізіп,  $\tilde{v}_r(x, t) = v_r(x, t) - \lambda_r(x)$ ,  $r = \overline{1, N}$  алмастыруын жасаймыз. Сонда  $\lambda_r(x)$  белгісіз функциясы бар эквивалентті (11)–(15) шеттік есепті алатын боламыз:

$$\frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial t} = A(x, t)\tilde{v}_r + A(x, t)\lambda_r(x) + C(x, t)u_r(x, t) + f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega_r; \quad (11)$$

$$\tilde{v}_r(x, (r-1)h) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad r = \overline{1, N}; \quad (12)$$

$$\lambda_1(x) - \lambda_N(x) - \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{v}_N(x, t) = 0, \quad x \in [0, \omega]; \quad (13)$$

$$\lambda_s(x) + \lim_{t \rightarrow sh-0} \tilde{v}_s(x, t) - \lambda_{s+1}(x) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad s = \overline{1, N-1}; \quad (14)$$

$$u_r(x, t) = \psi(t) + \int_0^x \tilde{v}_r(\xi, t) d\xi + \int_0^x \lambda_r(\xi) d\xi, \quad (x, t) \in \Omega_r, \quad r = \overline{1, N}. \quad (15)$$

Бекітілген  $\lambda_r(x), u_r(x, t)$ ,  $r = \overline{1, N}$  жағдайында (11)–(12) есебі қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін Коши есебінің үйірі болып табылады және келесі интегралдық теңдеуге эквивалентті:

$$\tilde{v}_r(x, t) = \int_{(r-1)h}^t A(x, \tau) \tilde{v}_r(x, \tau) d\tau + \int_{(r-1)h}^t A(x, \tau) d\tau \cdot \lambda_r(x) + \int_{(r-1)h}^t [C(x, \tau)u_r(x, \tau) + f(x, \tau)] d\tau. \quad (16)$$

$\tilde{v}_r(x, \tau)$  өрнегінің орнына соңғы теңдеудің оң жағын қойып және осы процесті  $v(v=1, 2, \dots)$  рет қайталап, (17)-ші теңдеуді аламыз:

$$\tilde{v}_r(x, t) = D_{vr}(x, t)\lambda_r(x) + F_{vr}(x, t, u_r) + G_{vr}(x, t, \tilde{v}_r), \quad r = \overline{1, N}. \quad (17)$$

Соңғы өрнектен  $t \rightarrow rh - 0$  шекке көшіп және осы шектерді (13), (14) теңдеулеріне қойып, белгісіз  $\lambda_r(x), r = \overline{1, N}$  функциялары үшін келесі функционалдық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$Q_v(x, h)\lambda(x) = -F_v(x, h, u) - G_v(x, h, \tilde{v}), \quad (18)$$

мұндағы

$$Q_v(x, h) = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & 0 & -[I + D_{vN}(x, Nh)] \\ I + D_{v1}(x, h) & -I & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I + D_{v2}(x, 2h) & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & I + D_{v, N-1}(x, (N-1)h) & -I \end{bmatrix};$$

$$F_v(x, h, u) = (-F_{vN}(x, Nh, u_N), F_{v1}(x, h, u_1), \dots, F_{v, N-1}(x, (N-1)h, u_{N-1}));$$

$$G_v(x, h, \tilde{v}) = (-G_{vN}(x, Nh, \tilde{v}_N), G_{v1}(x, h, \tilde{v}_1), \dots, G_{v, N-1}(x, (N-1)h, \tilde{v}_{N-1})).$$

Сонымен,  $\{\lambda_r(x), \tilde{v}_r(x, t), u_r(x, t)\}, r = \overline{1, N}$  жүйесін табу үшін (18), (17) және (15) теңдеулерінен құралған тұйық жүйені алдық.

Кез келген  $x \in [0, \omega]$  үшін  $Q_v(x, h)$  матрицасының кері матрицасы бар деп жорып және  $\tilde{v}_r(x, t) = 0, u_r(x, t) = \psi(t)$  деп алып, (18) теңдеуден  $\lambda^{(0)}(x) = (\lambda_1^{(0)}(x), \lambda_2^{(0)}(x), \dots, \lambda_N^{(0)}(x))'$  табамыз:

$$\lambda^{(0)}(x) = -[Q_v(x, h)]^{-1} \{F_v(x, h, \psi) + G_v(x, h, 0)\}.$$

$\lambda_r(x) = \lambda_r^{(0)}(x)$  болғанда, (17) теңдеуін қолданып,  $\{\tilde{v}_r^{(0)}(x, t)\}, r = \overline{1, N}$  анықтаймыз:

$$\tilde{v}_r^{(0)}(x, t) = D_{vr}(x, t)\lambda_r^{(0)}(x) + F_{vr}(x, t, \psi) + G_{vr}(x, t, 0).$$

$u_r^{(0)}(x, t), r = \overline{1, N}$  функциясы (15) теңдеуден табылады:

$$u_r^{(0)}(x, t) = \psi(t) + \int_0^x \tilde{v}_r^{(0)}(\xi, t) d\xi + \int_0^x \lambda_r^{(0)}(\xi) d\xi, \quad (x, t) \in \Omega_r.$$

(11)–(15) есебінің алғашқы жуықтауы ретінде  $(\lambda_r^{(0)}(x), \tilde{v}_r^{(0)}(x, t), u_r^{(0)}(x, t)), r = \overline{1, N}$ , жүйесін алып, кейінгі жуықтауларын келесі алгоритм бойынша табамыз:

**1-қадам.** 1-қадам А) және В) пунктерінен тұрады.

А)  $u_r(x, t) = u_r^{(0)}(x, t), r = \overline{1, N}$ , деп алып,  $\lambda_r(x), \tilde{v}_r(x, t)$  функцияларының бірінші жуықтауларын (11)–(14) есебінің шешімін тауып анықтаймыз.

$\lambda^{(1,0)}(x) = \lambda^{(0)}(x), \tilde{v}_r^{(1,0)}(x, t) = \tilde{v}_r^{(0)}(x, t);$  деп алып,  $\{\lambda_r^{(1)}(x), \tilde{v}_r^{(1)}(x, t)\}, r = \overline{1, N}$ , жүйесін  $\lambda_r^{(1,m)}(x), \tilde{v}_r^{(1,m)}(x, t)$  тізбектің шегі ретінде келесі әдіспен табамыз:

**1.1-қадам.** Кез келген  $x \in [0, \omega]$  үшін  $Q_v(x, h)$  матрицасының кері матрицасы бар деп жорып және  $\tilde{v}_r(x, t) = \tilde{v}_r^{(1,0)}(x, t)$  деп алып, (18)-теңдеуден  $\lambda^{(1,1)}(x) = (\lambda_1^{(1,1)}(x), \lambda_2^{(1,1)}(x), \dots, \lambda_N^{(1,1)}(x))'$  табамыз:

$$\lambda^{(1,1)}(x) = -[Q_v(x, h)]^{-1} \{F_v(x, h, u^{(0)}) + G_v(x, h, \tilde{v}^{(1,0)})\}, \quad r = \overline{1, N}.$$

Табылған  $\lambda_r^{(1,1)}(x)$ -ді (17)-теңдеуіне қойып,  $\tilde{v}_r^{(1,1)}(x, t)$ -ді анықтаймыз:

$$\tilde{v}_r^{(1,1)}(x, t) = D_{vr}(x, t)\lambda_r^{(1,1)}(x) + F_{vr}(x, t, u^{(0)}) + G_{vr}(x, t, \tilde{v}^{(1,0)}).$$

**1.2-қадам.** (18) теңдеуден  $\tilde{v}_r(x, t) = \tilde{v}_r^{(1,1)}(x, t)$  деп алып,  $\lambda^{(1,2)}(x)$ -ті табамыз:  $\lambda^{(1,2)}(x) = -[Q_v(x, h)]^{-1} \{F_v(x, h, u^{(0)}) + G_v(x, h, \tilde{v}^{(1,1)})\}, r = \overline{1, N}$ . Қайтадан (17) теңдеуді қолданып,

$\{\tilde{v}_r^{(1,2)}(x, t)\}$  анықталады:  $\tilde{v}_r^{(1,2)}(x, t) = D_{vr}(x, t)\lambda_r^{(1,2)}(x) + F_{vr}(x, t, u^{(0)}) + G_{vr}(x, t, \tilde{v}^{(1,1)}), r = \overline{1, N}$ .



(1, m)-ші қадамда  $\{\lambda_r^{(1,m)}(x), \tilde{v}_r^{(1,m)}(x,t)\}$  қос жүйесін аламыз. (11)–(14) есебінің  $\{\lambda_r^{(1,m)}(x), \tilde{v}_r^{(1,m)}(x,t)\}$  тізбегі анықталсын және  $m \rightarrow \infty$  ұмтылғанда, сәйкесінше, үзіліссіз  $\lambda_r^{(1)}(x), \tilde{v}_r^{(1)}(x,t)$  функцияларына жинақталсын деп жоримыз, мұндағы  $x \in [0, \omega]$ ,  $(x,t) \in \Omega_r$ ,  $r = \overline{1, N}$ .

В)  $u_r^{(1)}(x,t)$  функциясын (15) теңдеуден анықтаймыз:  $u_r^{(1)}(x,t) = \psi(t) + \int_0^x \tilde{v}_r^{(1)}(\xi,t) d\xi + \int_0^x \lambda_r^{(1)}(\xi) d\xi$ ,  $(x,t) \in \Omega_r$ ,  $r = \overline{1, N}$ .

**2-қадам** 1-ші қадамға ұқсас жүргізіледі.

Келесі тұжырымның шарттары ұсынылған алгоритмнің (11)–(15) шеттік есептің шешіміне бірқалыпты жинақталуын қамтамасыз етеді.

**1-теорема.** Қандай да бір  $h > 0: Nh = T, N = 1, 2, \dots$  және  $\nu, \nu \in \mathbb{N}$  үшін  $(nN \times nN)$ -өлшемді  $Q_\nu(x, h)$  матрицасының барлық  $x \in [0, \omega]$  үшін кері матрицасы бар болып,

$$1) \| [Q_\nu(x, h)]^{-1} \| \leq \gamma_\nu(x, h);$$

$$2) q_\nu(x, h) = \frac{(\alpha(x)h)^\nu}{\nu!} \left[ 1 + \gamma_\nu(x, h) \sum_{j=1}^{\nu} \frac{(\alpha(x)h)^j}{j!} \right] \leq \mu < 1$$

теңсіздіктері орындалса, онда (11)–(15) есебінің жалғыз ғана шешімі бар болады, мұндағы  $\alpha(x) = \max_{t \in [0, T]} \|A(x, t)\|$ ,  $\mu - const$ .

Бұл теореманың дәлелдеуі [1] жұмысында келтірілген теореманың дәлелдеуіне ұқсас жүргізіледі.

(1)–(3) және (11)–(15) есептерінің эквиваленттілігінен 1-теоремадан келесі теорема шығады.

**2-теорема.** 1-теореманың шарттары орындалсын. Сонда (1)–(3) есебінің жалғыз ғана  $u^*(x, t)$

шешімі бар болып,  $\max \left\{ \|u^*\|_0, \left\| \frac{\partial u^*}{\partial x} \right\|_0 \right\} \leq M_\nu(x, h) \max \left\{ \max_{t \in [0, T]} \|\psi(t)\|, \|f\|_0 \right\}$ , теңсіздігі орындалады,

мұндағы  $M_\nu(x, h) - \psi(t), f(x, t)$  функцияларынан тәуелсіз функция.

## Список литературы

1 Орумбаева Н.Т. Об одном алгоритме нахождения решения периодической краевой задачи для системы квазилинейных гиперболических уравнений // Сибирские электронные математические известия. — 2013. — Т. 10. — С. 464–474.

2 Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1989. — Т. 29. — № 1. — С. 50–66.

Н.Т.Орумбаева

## Периодические решения систем гиперболических уравнений

Статья посвящена исследованию периодических краевых задач для систем гиперболических уравнений со смешанной производной. На основе метода параметризации предложены конструктивные алгоритмы нахождения приближенных решений периодических краевых задач для систем гиперболических уравнений. По исходным данным задачи получены достаточные условия сходимости и осуществимости предложенных алгоритмов.

N.T.Orumbaeva

## **Periodic solutions system of hyperbolic equations**

The thesis is devoted to the research periodical boundary value problem for systems of hyperbolic equations with mixed derivative. In the thesis work on the basis of the method of parameterization are proposed offered constructive algorithms of finding of approaching solution of periodical boundary value tasks for hyperbolic equations. Are received sufficient conditions of resemblance and realizing proposed algorithms by the initial facts of tasks.

### References

- 1 Orumbaeva N.T. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2013, 10, P. 464–474.
- 2 Dzhumabaev D.S. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1989, 29, 1, p. 50–66.

---

## АВТОРЛАР ТУРАЛЫ МӘЛІМЕТТЕР СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Abiev, N.A.** — Candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor, Department of mathematics, M.K.Dulati Taraz State University.
- Abildaeva, G.B.** — Senior lecturer in the department of IS, Karaganda State Technical University.
- Alibiev, D.B.** — Candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Amirov, A.Zh.** — Doctor PhD, Karaganda State Technical University.
- Antipov, Yu.N.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Professor of the Chair of Mathematics, Technical University of Kaliningrad.
- Arinov, E.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Professor, O.A.Baykonurov Zhezkazgan University.
- Baigaraeva, A.E.** — Engineer, Department of Computer science of the L.N.Gumilyov Eurasian National University, Astana.
- Baimuldin, M.K.** — Candidate of Technical sciences, Associate professor, Karaganda State Technical University.
- Bakiev, M.N.** — Candidate of physical-mathematical sciences, Associate Professor of Information Systems, L.N.Gumilyov Eurasian National University, Astana.
- Bazikova, K.M.** — Senior lecturer, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Dopira, R.I.** — Senior lecturer, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Esendauletova, Zh.T.** — Teacher, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Eshkeev, A.R.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Professor of the Chair of algebra, mathematical logic and geometry named after prof. T.G.Mustafin, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Grelo, M.F.** — PhD, Professor of the University Santiago de Compostelo, Spain.
- Ispulov, N.A.** — Candidate of physical and mathematical sciences, Associate professor of the Department of Physics and Instrumentation, S.Toraigyrov Pavlodar State University.
- Kagazbaev, Zh.A.** — Associate Professor, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Kazhikenova, A.Sh.** — Candidate of technical sciences, Associate professor of chair of technique of teaching of mathematics and informatics, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Kazhikenova, S.Sh.** — Professor, Doctor of technical sciences, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Makzhanova, T.Kh.** — Candidate of physical and mathematical sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Mamatova, G.U.** — Candidate of physical and mathematical sciences, «Applied Mechanics and Bases of Designing of Cars» chair, K.I.Satpaev Kazakh National Technical University, Almaty.

- Marasulov, A.M.** — Doctor of technical sciences, Associate Professor, Department «Mathematical modeling and computer science», K.A.Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan.
- Nurbekova, G.F.** — Master of Engineering sciences, a teacher of Department of Computer science, L.N.Gumilyov Eurasian National University, Astana.
- Nurgabyl, D.N.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Director of the Institute of Postgraduate Education and Staff retraining, I.Zhansugurov Zhetysu State University, Taldykorgan.
- Nurgabylov, E.D.** — Master, teacher, I.Zhansugurov Zhetysu State University, Taldykorgan.
- Omarov, G.T.** — Magistant specialty 6M070300 – «Information systems», Kazpotreboyyuz Karaganda Economic University.
- Omarova, A.T.** — Doctorate PhD of the 3d form specialty 6D050700 – «Management», Department of «Economic and management», Kazpotreboyyuz Karaganda Economic University.
- Orumbaeva, N.T.** — Candidate of physical and mathematical sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Ospanova, B.R.** — Associate Professor, Department of Russian Language and Culture, Karaganda State Technical University.
- Popova, N.V.** — Senior lecturer, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Ramazanov, M.I.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Professor of the Department of Mathematical Analysis and Differential Equations, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Rystygulova, V.B.** — Candidate of physical and mathematical sciences, «Theoretical and Experimental Physics» chair, Abay Kazakh National Pedagogical University, Almaty.
- Savchenko, N.K.** — Senior lecturer in the department of IS, Karaganda State Technical University.
- Saginbekova, E.S.** — Undergraduate, K.A.Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan.
- Seitimbetova, A.B.** — Undergraduate of faculty of mathematics and information technologies, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Seksembaeva, M.A.** — Magistant of the second course in the specialty 6M060200 – «Informatics», E.A.Buketov Karaganda State University.
- Serik, M.** — Doctor Pedagogical sciences, Professor of the Department of Informatics, L.N.Gumilyov Eurasian National University, Astana.
- Seythanova, A.K.** — Candidate of physical and mathematical sciences, Senior teacher of the Department of Physics and Instrumentation, S.Toraigyrov Pavlodar State University.
- Shakirova, Yu.K.** — Senior lecturer in the department of IS, Karaganda State Technical University.
- Shayakhmetova, B.K.** — Candidate of pedagogical sciences, docent, Department of mathematical analysis and differential equations, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Shontaeva Zh.S.** — Magistant, M.K.Dulati Taraz State University.
- Sultanov, M.A.** — Candidate of Physical and Mathematical sciences, Associate Professor, Chair of «Mathematical modeling and computer science», K.A.Yasawi International Kazakh-Turkish University, Turkestan.
- Sultanova, G.A.** — Teacher, Department of Applied Mathematics and Computer sciences, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Tleukenov, S.K.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Professor, Head of the department of technical physics, L.N.Gumilyov Eurasian National University, Astana.
- Turdybekova, K.M.** — Senior teacher of chair of technique of teaching of mathematics and informatics, E.A.Buketov Karaganda State University.
- Tyurekhodzhaev, A.N.** — Doctor of physical and mathematical sciences, Academician of National Engineering Academy of sciences of the Republic of Kazakhstan, Full member of the New York Academy

of sciences, «Applied Mechanics and Bases of Designing of Cars» chair, K.I.Satpaev Kazakh National Technical University, Almaty.

**Zhanbolova, A.K.** — Magistant of the first course in the specialty 6M060100 – «Mathematics», E.A.Buketov Karaganda State University.

**Zholmagambetova, B.R.** — Position, rank, degree: undergraduate, Junior State Enterprise «Institute of Applied Mathematics» KH MES, Karaganda.

**Zhumasheva, A.T.** — Master of technical sciences, Senior teacher of faculty of mathematics and information technologies, E.A.Buketov Karaganda State University.